

O kryzysie edukacji matematycznej dzieci. Rozpaczliwe wołanie o działania naprawcze¹

Edyta Gruszczyk-Kolczyńska

Akademia Pedagogiki Specjalnej w Warszawie
edyta.g.k@gmail.com

Streszczenie

W krótkim wstępie wyjaśniam, dlaczego powodem niezadawalających wyników matury z matematyki jest niska efektywność edukacji matematycznej dzieci. Następnie podaję przyczyny niskiej efektywności edukacji matematycznej. Wyjaśniam też dlaczego i w jakim zakresie edukacji matematycznej szkodzi:

- a) system integracyjnego kształcenia,
- b) ograniczenie edukacji matematycznej do realizowania zadań zawartych na matematycznych stronach zeszytów ćwiczeń, *Naszego elementarza* i w kartach pracy,
- c) preferowanie *papierowej matematyki*, która nie sprzyja interioryzacji doświadczeń logicznych i matematycznych i niszczy dziecięce zainteresowanie działalnością matematyczną,
- d) to, że na matematycznych stronach *Naszego elementarza* znajdują się rażące błędy merytoryczne kształtowania pojęć liczbowych i pominięcie konieczności wspomaganie dzieci w rozwijaniu operacyjnego rozumowania na poziomie konkretnym.

W ostatniej części artykułu omawiam zjawisko niepowodzeń w uczeniu się matematyki, ze wskazaniem nakładania się przyczyn wtórnych na pierwotne

¹W artykule tym korzystam z fragmentów publikacji:

Główne grzechy przedszkolnej i szkolnej edukacji matematycznej. Czyli o tym. Co utrudnia dzieciom nabywanie wiadomości i umiejętności matematycznych, w: *Wspomaganie rozwoju umysłowego oraz edukacja matematyczna w ostatnim roku wychowania przedszkolnego i w pierwszym roku szkolnej edukacji. Cele i treści kształcenia, podstawy psychologiczne i pedagogiczne oraz wskazówki do prowadzenia zajęć w domu, w przedszkolu i w szkole*, red. E. Gruszczyk-Kolczyńska, Wydawnictwo Edukacja Polska, Warszawa 2009;

O złej jakości edukacji matematycznej dzieci i błędach merytorycznych w dziecięcym podręczniku Nasz elementarz. Jakie działania trzeba podjąć, aby to zmienić na lepsze, „Ruch Pedagogiczny” 2015, nr 1;

*O kryzysie edukacji matematycznej na przykładzie pierwszego roku nauki szkolnej. Co trzeba zmienić, żeby dzieci mogły odnosić sukcesy w nauce matematyki w: *Uczenie się dzieci. Myślenie i działanie**, red. J. Malinowska i T. Neckar-Ilnicka, Wydawnictwo EPIDEIXIS, Kraków 2015.

i wszystkimi tego konsekwencjami. Wyjaśniam też, dlaczego toleruje opisane wcześniej rażące nieprawidłowości w matematycznej edukacji wczesnoszkolnej. Na koniec omawiam działania, które mogą to wszystko zmienić na lepsze. Jeżeli będzie ku temu dobra wola władz oświatowych.

1. Wstęp

W roku 2015 tzw. zdawalność matury z matematyki oszacowano² na 74%, chociaż w ocenie maturzystów i dydaktyków matematyki zadania maturalne nie były zbyt trudne. Nieco lepiej było w roku 2016, gdyż maturę z matematyki zdało około 83% abiturientów³. Mimo zarysowującej się tendencji wzrostowej, długo przyjdzie nam czekać na dobre wyniki matury z matematyki. Jedną z głównych przyczyn jest zła jakość edukacji matematycznej od początku szkoły podstawowej. Nauczyciele matematyki skarżą się, że uczniowie klas IV mało wiedzą i potrafią z matematyki i wskazują na niski poziom matematycznego kształcenia w klasach początkowych. Potwierdzają to wyniki Ogólnopolskiego Badania Umiejętności Trzecioklasistów⁴ przeprowadzonych kolejno w latach 2013 i 2014.

Jednocześnie ustalono⁵, że więcej niż połowa dzieci polskich przed rozpoczęciem szkolnej edukacji wykazuje się uzdolnieniami matematycz-

²W roku 2015 do matury przystąpiło 275 568 osób, a zaliczyło ją 204 467 maturzystów. Por. maturzysta.dlastudenta.pl/artkuł/Wyniki_matur2015_Matematyka_znowu_słabo,113975.html

³Por. www.edulandia.pl/matura/1.18553,20352327,matura-2016-wyniki-co-5-maturzysta-oblał-maturę-katastrofa.html

⁴Por. *Ogólnopolskie Badanie Umiejętności Trzecioklasistów Raport OBUT 2013* (red. A. Pregler, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2013, publikacja współfinansowana przez UE). Na s. 7 tego raportu podana jest informacja: średni wynik ucznia piszącego test matematyczny wyniósł 10,62 punktu na 18 możliwych. W *Raporcie z ogólnopolskiego badania umiejętności trzecioklasistów OBUTm 2014* (opracowany w Instytucie Badań Edukacyjnych, zrealizowany w ramach programu *Kapitał ludzki*), na s. 7 znajduje się informacja – średni wynik trzecioklasisty biorącego udział w badaniach wynosi 7,9 punktu na 14 możliwych.

⁵Zbadała to E. Gruszczyk-Kolczyńska w latach 2007–2010 i przedstawiła w książce *O dzieciach matematycznie uzdolnionych. Książka dla rodziców i nauczycieli*, red. E. Gruszczyk-Kolczyńska, Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa 2012, rozdział *Charakterystyka wiadomości i umiejętności matematycznych dzieci. Wnioskowanie o ich uzdolnieniach matematycznych. Wyniki badań, interpretacje i wnioski*.

nymi, a co czwarte charakteryzuje się wysokim stopniem tych uzdolnień. Niestety, już po 8 miesiącach nauki w szkole, tylko co ósme dziecko manifestuje wysokie uzdolnienia matematyczne. Osiem miesięcy nauki w klasie I wystarcza, aby dzieci traciły radość uczenia się matematyki, były mniej twórcze w działalności matematycznej i traciły poczucie sensu⁶. W następnych latach proces ten nasila się do tego stopnia, że tylko 3 lub 4 uczniów w klasie licealnej wykazuje się uzdolnieniami matematycznymi. Warto więc zastanowić się nad przyczynami niskiej efektywności matematycznego kształcenia dzieci. Także nad tym, jakie działania trzeba niezwłocznie podjąć, aby zapewnić im lepszą edukację począwszy od klasy I. W pierwszych latach nauki w szkole dzieci konstruują w swoich umysłach zarysy pojęć matematycznych i nabywają ważne umiejętności matematyczne. To fundamenty kompetencji matematycznych kształconych w kolejnych latach edukacji. Jeżeli są kiepskie, spodziewać się trzeba – wcześniej lub później – niepowodzeń w nauce matematyki. Gdy są mocne, zbuduje się na nich solidny gmach kompetencji matematycznych zapewniający sukcesy edukacyjne i życiowe.

2. O tym, że system integracyjnego kształcenia szkodzi edukacji matematycznej dzieci

Od wielu lat w klasach początkowych kształcą się dzieci w systemie zintegrowanego kształcenia. Kolejność i rytm realizacji treści kształcenia regulują pory roku i kalendarz wydarzeń społecznych, w których dzieci uczestniczą. Nauczyciel decyduje też o tym, ile czasu w kolejnych dniach nauki szkolnej⁷ przeznaczają na realizację edukacji polonistycznej, przyrodniczej, matematycznej itd.

⁶Wskazują na to także wyniki badań K. Skorek, *Losy matematycznie uzdolnionych dzieci warszawskich szkół na początku nauki szkolnej*, niepublikowana rozprawa doktorska napisana pod kierunkiem E. Gruszczyk-Kolczyńskiej, Akademia Pedagogiki Specjalnej, Warszawa 2015.

⁷Z tego powodu czas zajęć szkolnych rzadko jest dzielony dzwonekami na 45 minutowe lekcje i przerwy. Zalecenie to jest trudne w realizacji, gdy w jednym budynku szkolnym uczą się młodsi i starsi uczniowie. Czas edukacyjny starszych uczniów jest regulowany rytmem 45 minutowych lekcji. Hałaśliwe przerwy skutecznie przeszkadzają w prowadzeniu zajęć z dziećmi, bo te są realizowane w innym rytmie czasowym. Jednocześnie głośnie zachowywanie się dzieci z klas młodszych w czasie przerw w innym rytmie czasu przeszkadza starszym uczniom skupić się na lekcjach.

Do potrzeb zintegrowanego kształcenia od lat opracowywane są zeszyty ćwiczeń i dziecięcy podręcznik *Nasz elementarz*. W publikacjach tych przeplatają się strony zawierające treści z zakresu edukacji polonistycznej, przyrodniczej, matematycznej itd. Na stronach matematycznych znajdują się zadania w których usiłuje się integrować wiadomości i umiejętności matematyczne z treściami kształcenia przyrodniczego, polonistycznego itp.

Problem w tym, że realizowanie treści matematycznego kształcenia w kolejnych miesiącach nauki według pór roku i wydarzeń społecznych zaburza merytoryczny porządek kształtowania wiadomości i umiejętności matematycznych. A poszatkowany układ treści kształcenia nie sprzyja ciągłości edukacyjnej matematycznego kształcenia dzieci. W ramach działalności matematycznej dzieci nie mogą też zajmować się jednocześnie kilkoma sprawami na jednych zajęciach. Ilustrują to następujące pułapki.

W pewnym zeszycie ćwiczeń na stronach matematycznych dążono jednocześnie do kształtowania przemienności dodawania i wzbogacania dziecięcej wiedzy o świecie zwierząt. Dlatego umieszczono na jednej stronie zadania o krokodylach, o słońcach i o żyrafach. Dzieci, jak to dzieci, całą uwagę skupiły na zwierzętach. Nie dostrzegły problemu matematycznego, że dla wygody liczenia można zmieniać kolejność dodawanych składników, bo suma się nie zmienia. Nie pomogły starania nauczycielki, aby im to uświadomić – dla dzieci nadal najważniejsze były zwierzęta.

W innym zeszycie ćwiczeń integrowano edukację polonistyczną z matematyczną w takim zadaniu: *ciężar samogłosek i spółgłosek określono w dekagramach (!)* i podano kilka wyrazów, a dzieci miały ustalać *ciężar tych wyrazów (!)* i uporządkować je rosnąco. Dodam, że zadanie to dzieci miały rozwiązać w czasie, gdy jeszcze zbyt słabo orientowały się w pomiarze ciężaru, aby dostrzec absurdalność tego zadania.

Można mnożyć przykłady podobnie absurdalnego integrowania na siłę wszystkiego ze wszystkim, ze szkodą dla kształtowania wiadomości i umiejętności matematycznych. Tymczasem w dobrze prowadzonej edukacji matematycznej trzeba respektować prawidłowości rozwoju umysłowego dzieci oraz modele pedagogiczne kształtowania wiadomości i umiejętności matematycznych⁸.

⁸Prawidłowości te i modele pedagogiczne są przedstawione w publikacji

3. O szkodliwym skracaniu czasu trwania edukacji matematycznej w zintegrowanym kształceniu

Na realizację edukacji matematycznej na poziomie wczesnoszkolnym przeznaczyć trzeba co najmniej 4 godziny lekcyjne w rozliczeniu tygodniowym. Wynika to ze specyfiki uczenia się dzieci, z oszacowania czasu potrzebnego do kształtowania wiadomości i umiejętności matematycznych. Oto przykład ilustrujący tendencję skracania czasu trwania edukacji matematycznej, gdy jest ona realizowana w systemie zintegrowanego kształcenia.

W poniedziałek, w pewnej klasie I, wszystkie zajęcia koncentrowały się wokół zmian atmosferycznych zapowiadających nadejście zimy. Sprzyjał temu śnieg, który spadł w nocy. Na pierwszych zajęciach dzieci zastanawiały się, co sprawiło że spadł śnieg (edukacja przyrodnicza). Potem lepiły bałwana na boisku i rzucały do celu śnieżkami (rozwijały sprawność fizyczną). Wróciły do klasy i uczyły się piosenki *Zima zła* (wychowanie muzyczne). Po przerwie uczestniczyły w pogadance o zabawach zimowych zakończonej układaniem i zapisywaniem zdań (kształtowały umiejętności polonistyczne). Nauczycielka spojrzała z niepokojem na zegarek i... edukację matematyczną ograniczyła do... ustalenia, z ilu kawałków węgla dzieci zrobiły bałwankowi oczy i guziki. Na więcej nie było już czasu. Z czterech godzin lekcyjnych na edukację matematyczną poświęciła dosłownie 4 minuty. Na dodatek policzenie węgielków jest banalne nawet dla pięciolatek.

Opisany fragment edukacji nie jest wyjątkowy, bo w zintegrowanym kształceniu permanentnie skraca się czas przeznaczony na edukację matematyczną. Trudno zmienić tę tendencję z powodu wcześniej wspomnianej reguły zintegrowanego kształcenia: nauczyciel decyduje o tym,

E. Gruszczyk-Kolczyńska, E. Zielińska, *Dziecięca matematyka – dwadzieścia lat później. Książka dla rodziców i nauczycieli starszych przedszkolaków*, Wydawnictwo CEBP, Kraków 2015 oraz *Edukacja matematyczna w klasie I. Książka dla nauczycieli i rodziców. Cele i treści kształcenia, podstawy psychologiczne i pedagogiczne oraz opisy zajęć z dziećmi*, Wydawnictwo CEBP, Kraków 2014. W kolejnych rozdziałach tych publikacji opisane są kolejne zakresy wspomagania rozwoju umysłowego wraz z edukacją matematyczną dzieci. Na początku każdego rozdziału podane są prawidłowości psychologiczne i pedagogiczne, które muszą być przestrzegane, aby dzieci z radością i skutecznie kształtowały system wiadomości i umiejętności matematycznych.

ile czasu w danym dniu przeznaczają na realizację edukacji polonistycznej, przyrodniczej, matematycznej itd.

Problem w tym, że skracanie czasu edukacyjnego dotyczy kształtowania pojęć i umiejętności matematycznych⁹. Główną przyczyną jest to, że wielu nauczycieli klas początkowych osobiście doświadczyło kłopotów w nauce matematyki w szkole średniej i na maturze. Stąd poczucie niskich kompetencji matematycznych i przeświadczenie, że matematyki nie sposób zrozumieć. Takiego nastawienia nie sposób zmienić w trakcie skróconych studiów przygotowujących do zawodu nauczyciela¹⁰.

4. Szkodliwe konsekwencje ograniczania edukacji matematycznej do realizowania zadań zawartych w zeszytach ćwiczeń, w *Naszym elementarzu* i w kartach pracy

Zacznę od wizualnej pułapki i tzw. ułatwień edukacyjnych. Zeszyty ćwiczeń, *Nasz elementarz* i skorelowane z nim karty pracy zawierają bogato ilustrowane zadania¹¹, kolorowe grafy i działania przedstawione najczęściej w formie rebusów. Dzieci mają policzyć lub rachować¹² narysowane obiekty, wpisać w określonych miejscach właściwą liczbę, je-

⁹Dyrektorzy szkół skarżą się na to, że nie sposób ustalić, ile czasu nauczyciele przeznaczają na edukację matematyczną w zintegrowanym kształceniu. Gdy udają się na hospitację, dowiadują się że edukacja matematyczna już się odbyła, albo będzie realizowana... Zapewne, gdy zakończy się czas hospitacji.

¹⁰Jeszcze niedawno studia przygotowujące nauczycieli edukacji przedszkolnej i wczesnoszkolnej trwały 5 lat. Obecnie, po trzech latach studiów licencjackich, studium otrzymuje się uprawnienia nauczycielskie do pracy w przedszkolach i w szkołach. Co prawda, można jeszcze zrealizować 2-letnie studia magisterskie, ale nauczyciele po studiach licencjackich coraz rzadziej je podejmują i dotyczy to zwłaszcza wychowania przedszkolnego i nauczania początkowego. Skrócony czas studiów przekłada się – niestety – na gorsze przygotowanie nauczycieli do prowadzenia edukacji. Konsekwencją jest bowiem drastyczne zmniejszenie liczby wykładów i ćwiczeń przygotowujących do prowadzenia edukacji matematycznej wraz ze wspomaganiami rozwoju umysłowego dzieci.

¹¹Nie wypowiadam się tu o wątpliwej wartości artystycznej tych rysunków, gdyż preferuję inną estetykę w książkach adresowanych do dzieci.

¹²W języku potocznym słowo **liczenie** używane jest w sytuacjach: a) mówi się *policz* i oczekuje się ustalenia, ile jest obiektów, b) mówi się *policz* i oczekuje się ustalenia np. sumy. Żeby dzieci nie myliły się stosuje określeń *licz*, *policz* (jeżeli trzeba ustalić liczbę obiektów) oraz *rachuj*, *porachuj* (gdy dziecko ma obliczyć sumę lub różnicę, iloczyn lub iloraz).

den ze znaków działań lub relacji, dorysować brakującą strzałkę grafu, przekreślić złe rozwiązanie itd. Ułatwienia te wprowadzono po to, aby uczniowie nie tracili czasu na manipulowanie liczmanami i zapisywanie działań, i mogli rozwiązać dużo zadań. Problem w tym, że:

- nauczyciele traktują narysowane obiekty tak, jak konkrety. Uważają, że oglądanie obrazków, ich liczenie i rachowanie wystarczy dzieciom do kształtowania zarysów pojęć i umiejętności matematycznych. Dlatego w czasie szkolnej edukacji matematycznej dzieci nie korzystają ani z liczmanów, ani z liczydeł;
- rodzice są zachwyceni kolorowymi zeszytami ćwiczeń bo mają w pamięci swoje szaro-bure środki dydaktyczne. Nie widzą nic złego w tym, że ich dzieci uczą się matematyki z obrazków, a nie w działaniu na konkretach. Niepokoją się jedynie, gdy zobaczą kilka niewykorzystanych stron zeszytów ćwiczeń, bo przecież sporo za nie zapłacili.

To, co miało być ułatwieniem, przyczyniło się znacząco do złej jakości edukacji matematycznej dzieci. Żeby wyjaśnić tę pułapkę, cofnijmy się w czasie. Ponad ćwierć wieku temu (i jeszcze wcześniej) w klasach I w powszechnym użyciu były patyczki, liczydła i zeszyty w kratkę. Nauczyciele kształtowali w dziecięcych główkach umiejętności matematyczne w następujący sposób:

- zwracali się do dzieci np. *Masz pięć patyczków, dodaj trzy..., policz ile jest razem..., zapisz rozwiązanie w zeszycie w kratkę;*
- dzieci manipulując, np. patyczkami, ustalały ich sumę i nadały wykonanym czynnościom symboliczne znaczenie zapisując w zeszycie działanie $5 + 3 = 8$.

Taki sposób postępowania jest pogładową, **wstępną matematyzacją** realnej sytuacji¹³. Dziecko samodzielnie realizuje drogę: od konkretnej działalności (manipulacja liczmanami), przez analizowanie jej

¹³Na szczególne znaczenie matematyzacji wskazuje Z. Krygowska, *Zarys dydaktyki matematyki. Część I*, WSiP, Warszawa 1977, s. 48 i dalsze. Twierdzi też, że wszelkie myślenie matematyczne składa się z cykli większych lub mniejszych, a w każdym z nich można wyróżnić: obserwację, matematyzację, dedukcję i zastosowanie. Opisuując proces szkolnego nauczania matematyki Krygowska wyróżnia matematyzację wstępną, podglądową i odnosi ją do wczesnych etapów edukacji matematycznej.

skutków (liczenie i rachowanie) do ujmowania ich w formie symbolicznej reprezentacji (zapis rozwiązania zadania). Gdy dziecko w taki sposób rozwiąże kilka podobnych zadań, ustala wspólne cechy sposobu ich rozwiązywania. Może więc tworzyć w swoim umyśle schematy matematyczne, np. że dla wygody, można zmieniać kolejność dodawanych składników i nie ma to wpływu na wielkość sumy. Takie przeplatanie działania z rozumowaniem zakończonym symbolicznym zapisem prowadzi do myślenia strukturami. Jest to sedno dobrze prowadzonej edukacji matematycznej dzieci.

Problem w tym, że tę pogładową matematyzację realizują obecnie... autorzy zeszytów ćwiczeń, *Naszego elementarza* i kart pracy. Przedstawiają dziecku zadanie w formie uproszczonego rysunku, pod nim zapisują rozwiązanie w postaci niekompletnego działania (ma to formę *rebusu*). Nie ma mowy o matematyzacji, dziecko ma wpisać w odpowiednie miejsce konkretną liczbę, znak działania itp. Nie musi ani rozumieć sensu zadania, ani trudzić się liczeniem i rachowaniem. Wystarczy, że poczeka i... odpisze od sąsiada to, co trzeba.

To, że dzieci w taki sposób „rozwiązują” dużo zadań z zeszytów ćwiczeń na jednych zajęciach (nie tracą przecież czasu na zapisywanie działań), nie przekłada się na jakość edukacji matematycznej. Opisany sposób matematycznego kształcenia dzieci nazywam **papierową edukacją matematyczną**¹⁴. Nauczyciele polecają dzieciom rozwiązywać zadania przedstawione na papierze (uproszczone rysunki, grafy) z niekompletnymi działaniami. Dzieci „rozwiązują” je także na papierze, wpisując w odpowiednie miejsce liczby, znaki działań itp. Taki sposób „rozwiązywania zadań” to uzupełnianie *rebusów* i niewiele ma wspólnego z opisaną wcześniej matematyzacją.

Problem w tym, że **nauczyciele pokochali papierową edukację matematyczną**. Jest to wygodny i łatwy sposób nauczania, bo:

- uczniowie spokojnie siedzą w ławkach: każdy ma zeszyt ćwiczeń

¹⁴Taki sposób prowadzenia edukacji matematycznej opisywałam wielokrotnie np. w artykułach *Papierowa matematyka* „Matematyka. Czasopismo dla nauczycieli” 2013, nr 1, *Grzechy matematycznej edukacji* „Matematyka. Czasopismo dla nauczycieli” 2013, nr 3. Określenie *papierowa matematyka* przyjęło się i stosuje się je w opisywaniu edukacji, w której dzieci otrzymują zadania narysowane na papierze (w formie zbliżonej do *rebusu*) i na papierze je rozwiązują, bez manipulacji przedmiotami.

lub kartę pracy z zadaniem przedstawionym w formie uproszczonego rysunku, grafu, rebusu lub ilustrowanej historyjki;

- nie potrzeba trudu się przygotowaniem liczmanów (liczydeł itd.), gdyż rozwiązanie zadania wymaga tylko uzupełnienia niekompletnego zadania: dorysowania strzałki, przekreślenia złego rozwiązania itd.;
- są pozory intensywnego nauczania: dzieci w krótkim czasie „rozwiązują” sporo zadań ze swoich zeszytów ćwiczeń, a nauczyciel pilnuje ich spoglądając do zeszytów ćwiczeń lub kart pracy.

Na dodatek w słuszności takiego sposobu matematycznego kształcenia dzieci utwierdzają nauczycieli... wyniki sprawdzianów wiadomości i umiejętności matematycznych. Wynika to z faktu, że te same osoby opracowują autorski program edukacyjny, pakiety zeszytów ćwiczeń i kart pracy służące do jego realizacji oraz sprawdziany wiadomości i umiejętności kontrolujące stopień opanowania wiadomości i umiejętności. Nauczyciel wybierając dany program wybiera też zalecane przez jego autorów zeszyty ćwiczeń i sprawdziany wiadomości i umiejętności.

Koło się zamyka: dobre wyniki ze sprawdzianów są traktowane jako wskaźnik dobrych efektów pracy z zeszytami ćwiczeń. Tyle tylko, że zadania sprawdzające wiadomości i umiejętności matematyczne zawarte w tych sprawdzianach są bliźniaczo podobne do zadań zawartych w zeszytach ćwiczeń. Jeżeli poziom merytoryczny zeszytu ćwiczeń jest niski, wyniki sprawdzianu tylko to potwierdzają, chociaż uzyskane stopnie są wysokie. Czyli dziecko otrzymujące dobrą ocenę z tego sprawdzianu niewiele wie i umie z matematyki, ale umie rozwiązywać rebusy podobne do tych, które są w jego zeszytce ćwiczeń lub na kartach pracy. Jeżeli nauczyciel „przerobił” znajdujące się tam zadania, jego uczniowie osiągną niezłe wyniki w sprawdzianie wiadomości i umiejętności matematycznych. Niestety, bywa to rozbieżne z tym, co oni faktycznie wiedzą i potrafią z matematyki.

Sposób kształcenia nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej sprzyja ograniczeniu edukacji matematycznej dzieci do „przerabiania” tego, co zawierają matematyczne strony zeszytów ćwiczeń lub *Naszego elementarza* i karty pracy. Od ćwierć wieku uczy się ich, jak korzystać z takich środków dydaktycznych, a nie jak kierować edukacją matematyczną dzie-

ci zgodnie z prawidłowościami ich rozwoju umysłowego, z respektowaniem modeli metodycznych. Nic więc dziwnego, że zamiast respektować zalecenia pedagogiczne i psychologiczne dotyczące kształtowania pojęć i umiejętności matematycznych, realizują kartka po kartce zaszyty ćwiczeń i kolejne karty pracy¹⁵. Ponieważ są tam uproszczone rysunki obiektów i grafy¹⁶, nie stosują pomocy dydaktycznych.

Pouczeniem jest taka sytuacja: w ramach zajęć na studiach podyplomowych przygotowujących do wspomaganie rozwoju umysłowego dzieci wraz z ich edukacją matematyczną zorganizowano wystawę klasycznych pomocy dydaktycznych¹⁷, zwyczajnych przedmiotów stosowanych kiedyś w edukacji matematycznej w domu, w przedszkolu i w szkole¹⁸ oraz komplety przedmiotów stosowanych w grach rozwijających czynności intelektualne i usprawniające umiejętności matematyczne dzieci¹⁹. Okazało się, że nauczyciele przedszkola i edukacji wczesnoszkolnej znali główne te pomoce dydaktyczne, z którymi zetknęli się w szkole, gdy sami byli uczniami. Nic dodać, nic ująć.

¹⁵Utwierdzają ich w tym autorzy pakietów edukacyjnych, zapewniając że zeszyty ćwiczeń i karty pracy są zgodne z zaleceniami obowiązującej *Postawy programowej*. Problem w tym, że w dokumencie tym określono minimum tego, co dzieci muszą z edukacji matematycznej wiedzieć i umieć pod koniec wychowania przedszkolnego i klasy III szkoły podstawowej. Respektowanie tego minimum oznacza w praktyce obniżanie poziomu matematycznego kształcenia.

¹⁶O tym, w jaki sposób tzw. grafy symbolizują czynności i jakie wynikają z tego komplikacje edukacyjne publikacji E. Gruszczyk-Kolczyńska *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki. Przyczyny, diagnoza, zajęcia korekcyjno-wyrównawcze*, WSiP, Warszawa 1992 (i 12 kolejnych wydań), rozdział *Zdolność do swobodnego posługiwania się reprezentacjami ikonicznymi, i symbolicznymi podstawą uczenia się matematyki w szkole*.

¹⁷Są to liczydła koralikowe, klasyczne (10 x 10) i liczydła z koralików zwane matematycznymi koralami (np. liczydło 10 + 10 +10), klocki domina, klocki logiczne Dienesa, liczmany Gracjana, kostki do gier z kropkami, makietka zegara, magiczne trójkąty, piramidy matematyczne, pomoce składające się na System edukacji PUS, itd.

¹⁸Zwyczajne przedmioty to: taśmy krawieckie pełniące rolę chodniczków liczbowych, klamerki do przypinania bielizny, gumki do skakania, zwyczajne klocki do budowania i karty do gry używane przez dorosłych itd.

¹⁹Karty matematyczne tabliczka mnożenia i karty matematyczne dodawanie i odejmowanie (A. Grabowskiego, Wydawnictwo Rachmistrz), Mistrz Getriko, LABIrynt Klocki GEO (J.A. Jelinka, Wydawnictwo EPIDEIXIS), kostki liczbowe, tangramy różnego typu.

5. *Papierowa matematyka nie sprzyja interioryzacji doświadczeń*²⁰, a nawet blokuje proces kształtowaniu pojęć i umiejętności matematycznych

Chodzi o to, że w papierowej matematyce realizowany jest niekompletny proces uczenia się matematyki, a to nie sprzyja kształtowaniu zarysów wiedzy matematycznej u dzieci. Żeby to wyjaśnić przytoczę najważniejsze ustalenia z teorii reprezentacji Jerome S. Brunera²¹. Pierwsze reprezentacje tworzą dzieci w swoich umysłach uwewnętrzniając (interioryzując) doświadczenia ruchowe, dotykowe i czuciowe – Bruner nazwał je enaktywnymi. Z chwilą, gdy dzieci zaczynają wzrokiem śledzić ruchy swoich rąk i nóg (aktywności ruchowej towarzyszą doznania wzrokowe i słuchowe), uwewnętrzniają bogatsze doświadczenia. Tworzą w swoich umysłach reprezentacje, które Bruner nazywa ikonicznymi. Teraz mają już dwie możliwości poznawania siebie i otoczenia oraz zmieniania go na miarę własnych możliwości: enaktywną oraz ikoniczną. Nabywanie nowych doświadczeń (w trakcie procesu uczenia się) i tworzenie dalszych reprezentacji zależy od korzystania z tych reprezentacji i sprawności przechodzenia z jednej na drugą reprezentację (bywa to opisywane jako przekładanie informacji z jednej reprezentacji na inną). W tym czasie dzieci porozumiewają z innymi w sposób niewerbalny.

W miarę rozwijania się werbalnego porozumiewania się z innymi, dzieci zaczynają tworzyć reprezentacje symboliczne. Teraz posiadają już trzy sposoby poznawania siebie i otoczenia oraz wprowadzania zmian – enaktywną, ikoniczną i symboliczną. Przez następne lata doskonala sposoby przemienne go korzystania z już posiadanych reprezentacji.

²⁰Interioryzacja jest jednym z ważniejszych mechanizmów uczenia się. Zajmuje uprzywilejowane miejsce w edukacji matematycznej, gdyż reguluje przenoszenie doświadczeń logicznych z planu zewnętrznego (manipulacje) na plan wewnętrzny, umysłowy (tworzenie pojęć i umiejętności). Wyjaśniam to w publikacji *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się. Przyczyny, diagnoza zajęcia korekcyjno-wyrównawcze*, WSiP, Warszawa 1992, wydanie dziewiąte z 2013 r., rozdziały *Teoretyczne podstawy zajęć korekcyjno-wyrównawcze* oraz *Zasady prowadzenia zajęć z dziećmi*.

²¹J. S. Bruner, *Poza dostarczone informacje. Studia z psychologii poznania*, PWN, Warszawa 1978, s. 526–608. Dodam, że teoria ta jest przydatna także w analizie procesu uczenia się, wszak reprezentacje umysłowe tworzą na zasadzie interioryzowania doświadczeń gromadzonych w trakcie tego procesu.

Im sprawniej to czynią, tym większymi możliwościami umysłowymi dysponują.

Z zasygnalizowanej teorii reprezentacji jasno wynika, że organizując proces uczenia się dzieci trzeba dbać o to, aby mogły – interioryzując doświadczenia – przechodzić przez wszystkie kombinacje reprezentacji enaktywnej, ikonicznej i symbolicznej. Dodać tu muszę, że słuszność tego zalecenia wielokrotnie doświadczyłam wielokrotnie wdrażając koncepcję *Dziecięcej matematyki*, a potem analizując proces matematycznego kształcenia w stylu *papierowej matematyki*.

Na tej podstawie ustaliłam zakres szkodliwości *papierowej matematyki*. Dzieci dostają gotowe zadania zapisane lub narysowane na papierze (w zeszytach ćwiczeń lub na karcie pracy) i na papierze je rozwiązują, zapisując formułę rozwiązania. Proces uczenia się jest więc zawężony do doświadczeń ikonicznych i symbolicznych, bez doświadczeń enaktywnych. Żeby uświadomić skutki takiego zawężenia, opiszę czynności manipulacyjne i towarzyszące im rozumowania w doskonaleniu umiejętności rachunkowych. Dziecko ma do dyspozycji liczydełko z 30 koralikami nawleczonymi na sznurek (10 w jednym kolorze, 10 w innym kolorze i 10 w innym kolorze). Wykonuje serię czynności manipulacyjnych i intelektualnych w ramach:

- dodawania typu $8 + 4$. Odlicza 8 koralików i odsuwa je: ruchowo doświadcza wprowadzaną zmianę. Widzi jej efekt – mam teraz 8. Z pozostałych koralików odlicza 4 i dosuwa je do 8-miu: ruchowo, wizualnie oraz intelektualnie doświadcza zmiany typu dodać: dostrzega, że 8 dodać 4 to 10 koralików w jednym kolorze i 2 w innym. Nie musi liczyć ponownie, bo wie że razem jest 12;
- odejmowania typu $12 - 4$. Dziecko odlicza 12 koralików i widzi 10 koralików w jednym kolorze i 2 w innym (razem 12). Następnie odsuwa 4 koraliki: dostrzega że odsunęło 2 w jednym kolorze ($12 - 2$ to 10) i 2 w innym kolorze ($10 - 2$). Nie musi upewniać się liczeniem, że zostało 8 koralików (bo widzi, że do 10 brakuje 2). Tego wszystkiego doświadcza ruchowo, wizualnie oraz intelektualnie.

W trakcie *papierowej edukacji matematycznej* dzieci są pozbawione opisanych doświadczeń manipulacyjnych oraz towarzyszących im rozumowań. Nie zmienia tego nawet to, że w zeszytach ćwiczeń (lub na karcie

pracy) jest narysowane liczydełko z koralikami i strzałkami pokazana jest czynność dodawania lub odejmowania. W kształtowaniu umiejętności i zarysów pojęć matematycznych dzieci muszą manipulować obiektami (pod kontrolą wzroku – angażowanie reprezentacji enaktywnych i ikonicznych), słowne określenie i symboliczne zapisanie sensu wykonywanych czynności (angażowane są więc reprezentacje symboliczne)²².

Dzieci mogą matematyzować doświadczenia logiczne i matematyczne – chcę to mocno podkreślić – jeżeli proces uczenia się obejmuje przechodzenie: od reprezentacji enaktywnych (manipulacyjnie wprowadzane zmiany), przez reprezentację ikoniczną (wizualne doświadczenie skutków obserwowanych zmian) do reprezentacji symbolicznych, do słownego ujęcia sensu tych zmian i zapisania ich w formie np. działania.

Dopiero, gdy dzieci sprawnie obliczają w pamięci sumy i różnice oraz iloczyny i ilorazy nie muszą już manipulować przedmiotami (zwanymi liczmanami) w trakcie rozwiązywania zadań. Mogą bowiem wyobrazić sobie czynności manualne wykonywane pod kontrolą wzroku i odwołać się do już istniejących reprezentacji enaktywnych oraz ikonicznych. Mimo to muszą mieć w zasięgu pomoce dydaktyczne, aby w razie poczucia nadmiernych trudności móc do niech sięgnąć.

Pułapką *papierowej matematyki* jest też usiłowanie pokazania na obrazkach tego, czego pokazać się nie da. W klasie I dotyczy to najczęściej kształtowania umiejętności odejmowania. O to kilka przykładów:

- na rysunku jest przedstawionych 7 jajek, z tego 3 mają stłuczone skorupki. Autor zadania zakłada, że dzieci będą interpretowały ten rysunek jako **odejmowanie**, a więc tak: *było 7 jajek, ktoś rozbił 3, ile jajek zostało?* Tymczasem dla dzieci rysunek przedstawia dodawanie: *4 jajka całe i 3 jajka ze stłuczonymi skorupkami, razem 7 jajek*, interpretują go jako **dodawanie**;
- na rysunku są przedstawione ptaki: 5 siedzi na drzewie i 4 fruują. Autor jest pewien, że dzieci zobaczą w tym rysunku **odejmowa-**

²²Niestety, w edukacji domowej dzieci nie mają okazji do matematyzacji doświadczeń logicznych i matematycznych. Rodzice – poczynając od pierwszych dni nauki szkolnej – troszczą się głównie o to, aby dzieci rozwiązały zadania... z zeszytów ćwiczeń w ramach „odrabiania pracy domowej”. Są bowiem przekonani, że gdy dziecko dostanie ocenę „za zeszyt”, szkoła przejmuje odpowiedzialność za kształtowanie wiedzy i umiejętności matematycznych.

nie: 9 ptaków siedziało na drzewie, 4 odfrunęły, ile ptaków nadal siedzi na drzewie? Problem w tym, że dzieci widzą **dodawanie:** 5 ptaków siedzi i 4 fruwa, razem 9.

Takie nieporozumienia można by uznać za śmieszne, gdyby dzieci na zajęciach z edukacji matematycznej uczyły się także odejmować manipulując liczmanami (odsuwając, zabierając itd.) i zapisywały efekt w formie działania (symboliczne ujęcie) w zeszycie w kratkę. Tak się dzieje niezwykle rzadko.

Wadliwie organizowany proces uczenia się i zasygnalizowane tu merytoryczne nieporozumienia są od lat główną przyczyną niskiej efektywności edukacji matematycznej. Na tym nie koniec, gdyż od dwóch lat poszerzyć je trzeba o błędy np. w kształtowaniu pojęć liczbowych znajdujące się w *Naszym elementarzu*, podręczniku obowiązującym w publicznych szkołach podstawowych.

6. Rażące błędy w kształtowaniu pojęć liczbowych²³ na matematycznych stronach *Naszego elementarza*

Kształtowanie pojęć liczbowych zajmuje centralne miejsce w edukacji matematycznej w pierwszym roku szkolnej edukacji. Zapewne dlatego na wielu stronach *Naszego elementarza* podany jest sposób kształtowania tych pojęć według schematu metodycznego zwanego *monografią liczby*²⁴. Szacuję, że nauczyciele i dzieci korzystające z *Naszego elementarza*

²³Podobne błędy występują w zeszytach ćwiczeń. Ponieważ zostały one po części wyparte przez *Nasz elementarz* i skorelowane z nim karty pracy, omawiam błędy w tworzeniu pojęć matematycznych, analizując matematyczne strony tego podręcznika dla dzieci.

²⁴Monograficzne opracowanie liczb omawiają Z. Cydzik, *Nauczanie matematyki w klasie pierwszej i drugiej*, WSiP, Warszawa 1986, E. Puchalska i Z. Semadeni, *Wieloaspektowość pojęcia liczby naturalnej*. w: *Nauczanie początkowe matematyki. Podręcznik dla nauczyciela*, red. Z. Semadeni, tom 2, WSiP, Warszawa 1992, E. Stucki, *Metodyka nauczania matematyki w klasach niższych, część I i II*, Wydawnictwo Wyższej Szkoły Pedagogicznej w Bydgoszczy, Bydgoszcz 1992 i inni. Natomiast kłopoty, jakie dzieci mają z tworzeniem pojęć liczbowych zgodnie z tym schematem metodycznym ustaliła E. Gruszczyk-Kolczyńska i przedstawia je w publikacji *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki. Przyczyny, diagnoza i zajęcia korekcyjno-wyrównawcze*, WSiP, Warszawa 1997 i 13 następnych wydań, rozdział *Niski poziom rozumowania operacyjnego przeszkodą w kształtowaniu w umysłach dzieci pojęcia liczby naturalnej*.

zajmują się liczbami pierwszej dziesiątki od połowy września do połowy stycznia, a liczbami drugiej dziesiątki do połowy marca. Przez tak długi czas wadliwie kształtuje się w umysłach dzieci zarysy pojęć liczbowych.

Z mojego rozeznania wynika, że pół roku nauki szkolnej – bo tyle czasu zajmuje realizacja monografii liczb według schematu przyjętego w edukacji początkowej – wystarcza do skutecznego stłumienia u dzieci poczucia sensu i zniechęcenia ich do działalności matematycznej. Zaś błędy merytoryczne w monograficznym opracowaniu pojęć liczbowych zapowiadają na długie lata znaczne kłopoty w edukacji matematycznej.

Do poważniejszych błędów zawartych na matematycznych stronach *Naszego elementarza* należy **drastyczne ograniczanie dzieciom zakresu liczenia i rachowania przez więcej niż pół roku nauki szkolnej**²⁵. Na przykład:

- realizację monografii liczby 3 zaplanowano tam w dziesiątym tygodniu nauki szkolnej w klasie I;
- z analizy zadań zawartych w *Naszym elementarzu* wynika, że w tym czasie dzieci na zajęciach szkolnych liczą i rachują tylko w zakresie 3 (!).

Podobne ograniczenia występują w trakcie monograficznego opracowania wszystkich liczb w zakresie dwudziestu: w trakcie opracowania liczby 4 dzieci liczą i rachują tylko w zakresie 4, potem w zakresie 5 itd. Oznacza to, że od września do połowy stycznia nauki w klasie I dzieci liczą i rachują tylko w zakresie 10, a przez kilka następnych miesięcy tylko w zakresie 20 bez przekroczenia progu dziesiątkowego²⁶.

Trzeba tu wyjaśnić²⁷, że dzieci zaczynające naukę w klasie I dostrzegają regularności dziesiątkowego systemu liczenia i potrafią liczyć

²⁵Szersze omówienie tego problemu zawarty jest w tekście E. Gruszczyk-Kolczyńska *Kształtowanie pojęcia liczby naturalnej: liczby pierwszej i drugiej dziesiątki*, w: *Edukacja matematyczna w klasie I. Książka dla nauczycieli i rodziców. Cele i treści kształcenia, podstawy psychologiczne i pedagogiczne oraz opisy zajęć z dziećmi*, red. E. Gruszczyk-Kolczyńska, Wydawnictwo CEBP. Kraków 2014.

²⁶Wynika to jednoznacznie z zadań znajdujących się na matematycznych stronach *Naszego elementarza*.

²⁷W przedszkolach realizowana jest *Dziecięca matematyka*. Zaleca się w niej: rozszerzanie zakresu liczenia do 100 i więcej, wspomaganie dzieci w dostrzeganiu regularności systemu dziesiątkowego i korzystanie z nich (jednostki, dziesiątki i setki), kształtowanie umiejętności rachunkowych z naturalnym przekraczaniem progu dzie-

powyżej stu, a przy niewielkim wsparciu ze strony dorosłych nawet do tysiąca i dalej. Ustalają też sumy i różnice z przekroczeniem progu dziesiątkowego, jeżeli mogą korzystać ze zbiorów zastępczych np. z liczydła. Oznacza to, że **w klasie I dzieci uczą się tego, co dawno potrafią przez ponad pół roku nauki szkolnej (!). Konsekwencją jest nuda, rozleniwienie dziecięcych umysłów oraz osłabienie zainteresowania dzieci działalnością matematyczną.**

Absurdalność tego pokazuje sytuacja, którą obserwowałam w trakcie hospitowania zajęć w klasie I. Uczeń zwrócił się do nauczycielki *Proszę Pani – potrafię liczyć do stu czterdziestu sześciu!* Ona spojrzała na chłopca i stwierdziła *Cieszę się, ale w drugiej klasie będziesz uczył się tak daleko liczyć.* Chłopiec zaprotestował *Ale ja już umiem!* Nauczycielka zakończyła rozmowę dobitnym stwierdzeniem *Teraz liczymy do dziesięciu.* I rzeczywiście na tych i następnych zajęciach realizowano monografię liczby 10. Nic dodać, nic ująć.

Chcę tu podkreślić, że od ponad ćwierć wieku publikowane są²⁸ wnioski z badań kształtowania się w umysłach dzieci umiejętności liczenia i rachowania oraz ich edukacyjne zastosowania. Wskazuje się tam na fatalne skutki ograniczania dzieciom zakresu liczenia i rachowania w edukacji przedszkolnej i szkolnej. Doprawdy, trzeba nie mieć elementarnej rozeznania merytorycznego w edukacji matematycznej, żeby nadal tak drastycznie ograniczać dzieciom zakres liczenia i rachowania w szkolnej edukacji matematycznej.

Na tym nie koniec, gdyż **do rażących błędów merytorycznych**

siątkowego (doliczanie i odliczanie w trakcie manipulowania zbiorami zastępczymi). Więcej informacji podaje E. Gruszczyk-Kolczyńska, E. Zielińska *Dziecięca matematyka – dwadzieścia lat później. Książka dla rodziców i nauczycieli starszych przedszkolaków*, Wydawnictwo CEBP, Kraków 2015, rozdziały 4 i 5.

²⁸Z obszernej listy publikacji wymienię tylko te, które zawierają wyniki badań zrealizowanych w Polsce wraz ze skazaniem ich edukacyjnych zastosowań: E. Gruszczyk-Kolczyńska *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki...*, E. Gruszczyk-Kolczyńska, E. Zielińska, *Dziecięca matematyka. Książka dla rodziców i nauczycieli*, WSiP, Warszawa 1997, *Wspomaganie rozwoju umysłowego oraz edukacja matematyczna dzieci w ostatnim roku wychowania przedszkolnego i w pierwszym roku szkolnej edukacji. Cele i treści kształcenia, podstawy psychologiczne i pedagogiczne oraz wskazówki do prowadzenia zajęć z dziećmi w domu, w przedszkolu i w szkole*, red. E. Gruszczyk-Kolczyńska, Wydawnictwo Edukacja Polska, Warszawa 2009, *Edukacja matematyczna w klasie I. Książka dla nauczycieli i rodziców.*

znajdujących się na stronach z monografiami kolejnych liczb w *Naszym elementarzu* należy traktowanie cyfr umieszczanych na tarczy zegarowej i na monetach jako konkretyzacje tworzonych pojęć kolejnych liczb naturalnych. Na przykład na stronach monograficznego opracowania liczby naturalnej 5 znajduje się tarcza zegarowa, a wskazówka pokazuje 5-tą godzinę (w sensie – upłynęło pięć godzin od północy albo od południa). Nieco niżej jest wizerunek monety 5 złotych (w sensie pięć złotych). **W jednym ciągu dziecięcego rozumowania miesza się trzy odrębne zakresy pojęć, z wadliwą sugestią że stanowią one jednorodny kompleks pojęciowy**²⁹. Dzieje się to w następujący sposób:

- najpierw dzieci poznają cyfrę 5 – symbol liczby oznaczającej równoliczność zbiorów pięcioelementowych, np. kasztanów, patyczków, jabłek;
- potem mają ten symbol skojarzyć z cyfrą 5 na tarczy zegarowej, chociaż liczba 5 jest tu symbolem pomiaru czasu. Gdy wskazówka zegarowa pokazuje 5-tą godzinę rano, oznacza to, że od północy upłynęło 5 razy po 60 minut (podobnie, gdy wskazówka pokazuje upływ czasu od 12-tej do 5-tej po południu). Na dodatek godziny na tarczy zegarowej są liczone są w układzie dwunastkowym, a minuty i sekundy w układzie sześćdziesiątkowym. Tymczasem dzieci poznają liczby naturalne w układzie dziesiętkowym;
- następnie dzieci mają to wadliwe skojarzenie uzupełnić o cyfrę 5 na monecie pięciozłotowej. Problem w tym, że 5 jest tu symbolem umownej wartości nabywczej pieniądza. Za monetę pięciozłotową można kupić raz tyle cukierków, ale innym razem za tę samą monetę kupuje się ich więcej lub mniej. Inna logika kieruje umowną wartością pieniądza, a inna ustalaniem równoliczności zbiorów. Nie wolno tego mylić.

Taki zamęt merytoryczny³⁰ w kształtowaniu pojęć liczbowych na poziomie klasy I powtarza się w *Naszym elementarzu* wie-

²⁹Posłużyłam się określeniem stosowanym przez L.S. Wygotskiego, *Wybrane prace psychologiczne*, PWN, Warszawa 1971, s. 255 – 267, gdyż w opisywaniu rozumowania dzieci są właśnie na etapie tworzenia kompleksów pojęciowych.

³⁰Bywa jeszcze gorzej. W *Naszym elementarzu* na stronie z monograficznym opracowaniem liczby 3, oprócz tarczy zegarowej, na której wskazówka pokazuje 3 godzi-

lokrotnie, przy monograficznym kształtowaniu kolejnych pojęć liczbowych. **Zaburza to dziecięce poczucie sensu, bodaj najważniejszego nośnika inteligencji.** Ponieważ pojęcia liczbowe są precyzowane i rozszerzane w następnych latach edukacji szkolnej, zasygnalizowane tu nieprawidłowości skutecznie przeszkadzają w tworzeniu w umysłach dzieci fundamentów wiedzy matematycznej.

Nie usprawiedliwiają tego wyjaśnienia typu *Każdego dnia dzieci widzą tarcze zegarowe i monety*. W życiu codziennym dzieci stykają się wieloma obiektami i problemami, ale ich sens poznają w miarę rosnących możliwości umysłowych i zgodnie z logiką kształtowanej wiedzy.

Mieszanie w *Naszym elementarzu* logiki kształtowania pojęć liczbowych z logiką kształtowania pomiaru czasu³¹ oraz logiką umownej wartości pieniędzy³² jest groźne z tego powodu, że nauczyciele traktują zalecany tam sposób kształtowania pojęć liczbowych jako poprawny i – w dobrej wierze – stosują go w edukacji dzieci³³. Wszak *Nasz elementarz* rekomendował osobiście Minister Edukacji Narodowej.

7. Jakie szkody wyrządza pominięcie w *Naszym elementarzu* wspomaganie dzieci w rozwoju intelektualnym w szkolnej edukacji matematycznej?

Odpowiadając na to pytanie zacznę od przypomnienia, że w wieku

nę (w sensie upłynęły 3 godziny, czyli 3 razy po 60 minut) znajdują się monety 2 i 1 złotowe, w naszym systemie monetarnym nie ma monety o wartości 3 złotych. Oczekuje się, że dziecko ustali – 2 złote i 1 złoty, razem 3 złote. Tymczasem dzieci dziwią się, że w gradacji pieniądza nie ma monety 3 złotowej i zastanawiają się, co można kupić za monetę 1 złotową i monetę 2 złotową. Jednocześnie coraz dalej oddalają się od tworzenia syntezy operacyjnej, jaką ma być pojęcie liczby 3.

³¹Więcej wyjaśnień podaję w publikacji *Edukacja matematyczna w klasie I. Książka dla nauczycieli i rodziców...*, w rozdziale *Czas: dni i noce, pory roku, dni w tygodniu, miesiące w roku. Obliczenia kalendarzowe i zegarowe*.

³²Problemy te wyjaśnia M. Kupisiewicz, *Obliczenia pieniężne i mała, domowa ekonomia*, w publikacji *Edukacja matematyczna w klasie I. Książka dla nauczycieli i rodziców...*

³³Z mojego rozeznania wynika, że wadliwie konstruowanych zawiązków pojęć bardzo trudno – a nawet nie sposób – przekształcić w późniejszym czasie w poprawnie skonstruowane pojęcia matematyczne. Korekty są bowiem podświadomie odrzucane przez dzieci, jako niezgodne z istniejącymi już wadliwie konstruowanymi reprezentacjami.

przedszkolnym i w pierwszych latach nauki szkolnej dzieci zachowują optymalną wrażliwość³⁴ na rozwijanie i precyzowanie sprawności intelektualnych w zakresie operacyjnego rozumowania na poziomie konkretnym. Dotyczy to zdolności do:

- wychwytywania regularności i korzystania z nich, np. w dostrzeganiu cech systemu dziesiątkowego w liczeniu i w mierzeniu wielkości ciągłych;
- precyzyjnego klasyfikowania i tworzenia wiedzy pojęciowej;
- wiązania przyczyny ze skutkiem i wnioskowania o stałości liczebności elementów w zbiorze przy zmianach sugerujących, że jest ich mniej lub więcej oraz ustalania stałości w zakresie długości, pojemności, ciężaru itd.

Dzieci zaczynają przechodzić w wymienionych zakresach rozumowania na poziom operacji konkretnych (w sensie J. Piageta) w ostatnim roku wychowania przedszkolnego i w pierwszych latach szkolnej edukacji³⁵. Problem w tym, że w matematycznej edukacji szkolnej przyjęto milcząco, że wszystkie dzieci rozpoczynające naukę w klasie I rozumują precyzyjnie na poziomie operacji konkretnych. Wynika to z doboru treści matematycznego kształcenia, szkolnych metod kształcenia dzieci oraz zadań znajdujących się w zeszytach ćwiczeń i w *Naszym elementarzu*.

Oznacza to, że sukcesy każdego małego ucznia w szkolnej edukacji matematycznej zależą od tego, czy rozumuje operacyjnie na poziomie

³⁴Chodzi o okresy szczególnej podatności na proces uczenia się wyznaczone optymalną gotowością centralnego układu nerwowego do kształtowania tego, co psycholodzy nazywają umysłowymi schematami lub reprezentacjami. Psycholodzy, np. M. Przetacznikowa *Podstawy rozwoju psychicznego dzieci i młodzieży*, WSiP, Warszawa 1978, posługują się określeniem *okres krytyczny* lub *okres szczególnej wrażliwości na uczenie się*.

³⁵Kształtowanie operacyjnego rozumowania na poziomie konkretnym jest opisane w charakterystykach okresów i podokresów rozwoju operacyjnego rozumowania w modelu J. Piageta. Szczegółowe informacje w publikacjach J. Piageta (*Studia z psychologii dziecka*, PWN, Warszawa 1966; *Dokąd zmierza edukacja*, PWN, Warszawa 1977; *Równoważenie struktur poznawczych*, PWN, Warszawa 1981), J. Piageta i B. Inhelder (*Operacje umysłowe i ich rozwój* w: P. Oleron, J. Piaget, B. Inhelder, P. Greco *Inteligencja*, PWN, Warszawa 1967; *Psychologia dziecka*, Wydawnictwo Siedmioróg, Wrocław 1993), M. Przetacznikowej (*Podstawy rozwoju psychoruchowego dzieci i młodzieży*, WSiP, Warszawa 1973).

konkretnym w wymaganym zakresie. Problemem są różnice w tempie rozwoju umysłowego dzieci³⁶ – u siedmiolatków sięgają one nawet 4 lat. W tej grupie rówieśniczej są dzieci, które rozumują na poziomie przeciętnego pięciolatka i dzieci, które sprawnością intelektualną dorównują dziewięciolatkom. Różnica ogromna, zważywszy że treści matematycznego kształcenia w klasie I są dostosowane do możliwości umysłowych przeciętnego siedmiolatka.

Na szczęście, można przyspieszyć tempo rozwoju operacyjnego rozumowania, ale w edukacji matematycznej trzeba się tym zająć co najmniej rok wcześniej niż dzieci rozpoczną naukę w klasie I. Jeżeli jednak rodzice i nauczyciele w ostatnich latach wychowania przedszkolnego nie wspomagają dzieci w rozwoju rozumowania operacyjnego, niebawem trudno to nadrobić w następnych etapach edukacji szkolnej³⁷. Następstwem są niepowodzenia w nauce matematyki, których doświadcza co czwarty uczeń³⁸.

Rozpatrzmy konsekwencje założenia, że wszystkie dzieci już na początku klasy I rozumują na poziomie operacji konkretnych w zakresie monograficznego kształtowania pojęć liczbowych³⁹. Z badań przeprowadzonych wśród dzieci polskich wynika⁴⁰, że przed rozpoczęciem nauki

³⁶Ustaliła to L. Wołoszynowa 40 lat temu i opisała w artykule *Problemy szkolnego „startu” w polskim zreformowanym systemie oświaty*, „Psychologia Wychowawcza” 1977, nr 1. Dodam, że ustalenia L. Wołoszynowej potwierdziły się w moich badaniach realizowanych znacznie później.

³⁷Wynika to z moich doświadczeń pedagogicznych, potwierdzają to też badania realizowane w ramach neurodydaktyki. Por. M. Żylińska *Neurodydaktyka. Nauczanie i uczenie się przyjazne mózgowi*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń 2013, rozdział IV, M. Spitzer *Jak uczy się mózg*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2012, rozdziały części pierwszej, Koob A., *U źródła naszych myśli*, Wydawnictwo Sonia Draga, Katowice 2010.

³⁸Wynika to z badań opisanych w cytowanej już publikacji *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w nauce matematyki...*

³⁹W powszechnie stosowanej metodyce pojęcia kolejnych liczb naturalnych kształtuje się jako syntezę operacyjną aspektu kardynalnego, porządkowego, miarowego, arytmetycznego i symbolicznego liczby. Nie wystarczy, że dziecko dopiero zaczyna rozumować w tym zakresie na poziomie operacji konkretnych, gdyż do tworzenia syntez operacyjnych jest potrzeba pewna wprawa i precyzja rozumowania.

⁴⁰Por. *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki...* rozdział *Rozwój operacyjnego rozumowania i jego znaczenie w uczeniu się matematyki*. Można jednak zdecydowanie zwiększyć liczbę dzieci rozumujących operacyjnie, jeżeli

w szkole rozumowaniem na poziomie operacji konkretnych w zakresie aspektu:

- kardynalnego wykazuje się co drugie dziecko (ok. 48%);
- porządkowego tylko co trzecie (ok. 35%);
- arytmetycznego co drugie dziecko (ok. 52%).

Cytowane badania prowadziłam w intencji ustalenia przyczyn niepowodzeń w nauce matematyki. Wynika z nich jednoznacznie – **mali uczniowie, którzy nie rozumują na poziomie operacji konkretnych w wymienianych zakresach są spychani na ścieżkę klęski szkolnej**. Uzasadnia to konieczność wspomaganie rozwoju operacyjnego rozumowania u wszystkich dzieci w klasie I, a także osiąganie zdecydowanie lepszych wyników w szkolnej edukacji matematycznej gdy zadba się o wspomaganie rozwoju operacyjnego rozumowania w edukacji przedszkolnej i w pierwszym roku szkolnego nauczania⁴¹.

Niestety autorzy *Naszego elementarza* zlekceważyli tę wiedzę⁴² i... nie przewidzieli wspomaganie rozwoju umysłowego w ramach edukacji matematycznej⁴³. Można przewidzieć konsekwencje tej szkodliwej decyzji; znacząco więcej dzieci zostanie zepchniętych na ścieżkę niepowodzeń w uczeniu się matematyki, ze wszystkimi niszczącymi konsekwencjami. Uzasadnię tę tezę omawiając mechanizm nakładania się przyczyn wtórnych na pierwotne w niepowodzeniach w uczeniu się matematyki u dzieci z klas początkowych.

w przedszkolu i na początku klasy I są one wspomagane w rozwoju intelektualnym.

⁴¹Uzasadnienie podaję w publikacji *O dzieciach matematycznie uzdolnionych...* część pierwsza – rozdział 1 i 4, część trzecia – rozdział 2.

⁴²Przyczyniło się do tego też rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej, które – w ramach kolejnej korekty *Podstawy programowej edukacji wczesnoszkolnej* – zmieniło nazwę ze *wspomagania rozwoju z edukacją matematyczną* na *edukację matematyczną*. Wielu autorów programów i nauczycieli uznało, że zmiana nazwy pociąga za sobą zredukowanie konieczności łączenia edukacji matematycznej ze wspomaganie rozwoju umysłowego uczniów.

⁴³O ignorowaniu tej wiedzy świadczą dobitnie zadania „na klasyfikację” umieszczone w części drugiej i następnych *Naszego elementarza*. Ich rozwiązanie wymaga od dzieci rozumowania operacyjnego na poziomie, którym dysponują dzieci ośmioletnie i to nie wszystkie.

8. Krótko o niepowodzeniach w uczeniu się matematyki, ze wskazaniem nakładania się przyczyn wtórnych na pierwotne⁴⁴

Wśród przyczyn pierwotnych wymienić trzeba – oprócz słabo ukształtowanej umiejętności liczenia i rachowania oraz słabej dojrzałości emocjonalnej – zbyt niski poziom operacyjnego rozumowania w sensie Piageta. U dzieci, które nie rozumują operacyjnie na poziomie operacji konkretnych w czasie rozpoczynania nauki szkolnej, na przyczyny pierwotne szybko nakładają się przyczyny wtórne. Dzieje się to w następujący sposób:

- każdego dnia pobytu w szkole widzą, jak inne dzieci (te rozumujące już na poziomie konkretnym) są chwalone i dostają słoneczka lub inne symbole szkolnych sukcesów. Chcąc otrzymać takie wyróżnienia⁴⁵ powtarzają usłyszane wypowiedzi, chociaż nie rozumieją ich sensu (uczą się zastępować swoje rozumowanie cudzymi wnioskami);
- zamiast samodzielnie wykonywać polecenia i rozwiązywać zadania całą swoją energię zużywają na to, aby kopiować to, co robią ich rówieśnicy. W domu wymuszają tak daleko idącą pomoc, że dorośli wykonują to, co zostało zadane, a one jedynie to kopiuje;
- obawiając się przykrości ukrywają przed nauczycielem „że nie potrafią”: demonstrują zbolalą minę w nadziei, że nauczyciel spyta inne dziecko, manifestują już wyuczoną bezradność w nadziei na litość nauczyciela itd.

Takie funkcjonowanie powoduje **blokadę w uczeniu się matematyki**: zamiast gromadzić doświadczenia logiczne i matematyczne, dzieci te całą swoją energię zużywają na to, żeby... zdobyć gotowe rozwiązanie zadania i ukryć przed nauczycielem, że nie potrafią sprostac jego oczekiwaniom. **Z chwilą blokady w uczeniu się matematyki dziecko**

⁴⁴Przeprowadziła je E. Gruszczyk-Kolczyńska i przedstawiła w cytowanej już książce *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki...* rozdziały części pierwszej.

⁴⁵Powoduje to silna motywacja nakręcana w domu rodzinnym. Dziecko każdego bodaj dnia słyszy: *Musisz się dobrze uczyć... Jak będziesz się dobrze uczył, tatuś będzie cię kochał... Mama będzie płakać, jak przyniesiesz złe oceny* itd. Perspektywa utraty miłości jest dla dziecka czymś strasznym. Dlatego stara się ze wszystkich sił przynieść do domu coś, co jest symbolem sukcesu. Takimi symbolami są np. słoneczka.

przestaje korzystać z edukacji matematycznej organizowanej w szkole i bardzo trudno mu pomóc. Powodem jest narastająca:

- niechęć do działalności matematycznej (*Nie chcę...*, *Nie potrafię* i zboląła mina);
- niszczona samoocena (oświadczenie *Jestem gorszy...*, *Jestem mało zdolny*);
- utrata motywacji do nauki (dziecięcy bunt *Nie lubię szkoły...*, *Pani mnie nie lubi...*, *Pani jest zła*);
- niechęć do wysiłku umysłowego (demonstracyjne ziewanie, przeciąganie się, pokładanie się na stole, wstrzymywanie się od wykonania czynności).

Wszystko to – w krótkim czasie – dosłownie rozlewa się na inne obszary edukacji szkolnej, w których wymaga się wysiłku intelektualnego. Powoduje to drastyczne zmniejszenie doświadczeń logicznych gromadzonych przez ucznia i... zwolnienie tempa jego rozwoju intelektualnego⁴⁶. Opisane nieszczęścia są udziałem co czwartego ucznia, różny jest jedynie czas i nasilenie manifestowania mechanizmów obronnych: u jednych ma to już miejsce w klasie II i III, u innych dopiero w klasie IV, a jeszcze u innych w gimnazjum i liceum. Ale początek tego niszczącego procesu zaczyna się już w pierwszych miesiącach nauki szkolnej, jeżeli nie realizuje się wspomaganie rozwoju umysłowego edukacją matematyczną.

Można temu nieszczęściu zaradzić tylko poprzez wspomaganie dzieci w rozwoju operacyjnego rozumowania łącznie z edukacją matematyczną w przedszkolu i w pierwszym roku szkolnej edukacji. Nie jest to trudne i od prawie 20 lat publikowane⁴⁷ są wskazówki metodyczne i opisy zajęć

⁴⁶Pół wieku temu ustaliła to H. Sponek analizując skutki niepowodzeń szkolnych w nabywaniu umiejętności czytania i pisania, *Zaburzenia rozwoju uczniów a niepowodzenia szkolne*, PWN, Warszawa 1973, część druga, rozdział 1. Odnośnie edukacji matematycznej potwierdziła to ćwierć wieku temu E. Gruszczyk-Kolczyńska, *Niepowodzenia w uczeniu się matematyki u dzieci z klas początkowych. Diagnoza i terapia*, Prace Naukowe Uniwersytetu Śląskiego nr 553, Katowice 1985 oraz *Dzieci ze specyficznymi trudnościami...* rozdział 3 i 5.

⁴⁷Wymienię te bardziej znane: E. Gruszczyk-Kolczyńska E. Zielińska, *Dziecięca matematyka...*; *Dziecięca matematyka – dwadzieścia lat później...*; *Wspomaganie dzieci w rozwoju operacyjnego rozumowania. Zakres potrzebny do kształtowania aspektu kardynalnego pojęcia liczby naturalnej*, w: *Wspomaganie rozwoju umysłowego oraz eduka-*

możliwych do zrealizowania z dziećmi w edukacji domowej, przedszkolnej i szkolnej. W publikacjach tych tłumaczy się też, dlaczego zaniedbań w zakresie wspomaganie dzieci w rozumowaniu operacyjnym nie dla się nadrobić w późniejszym czasie⁴⁸ i dlaczego efekty takiego wspomaganie dają znakomite efekty edukacyjne. Tyle tylko, że autorzy *Naszego elementarza* i kart pracy nie zadali sobie trudu, aby poznać te problemy. Są bowiem przekonani, że znakomicie znają problemy matematycznego kształcenia dzieci.

9. Dlaczego wprowadzenie do szkół publicznych pierwszego dziecięcego podręcznika *Nasz elementarz* pogłębiło znacząco złą kondycję edukacji matematycznej dzieci

Wydawało się, że decyzja udostępnienia szkołom publicznym dziecięcego podręcznika *Nasz elementarz* dla uczniów klas I zlikwiduje *papierową edukację matematyczną* w szkole i zmieni na lepsze sposób matematycznego kształcenia w klasie I. Wszak intencją było ukrócenie narastającej tendencji do mnożenia zeszytów ćwiczeń w pakietach edukacyjnych publikowanych przez wydawnictwa oświatowe⁴⁹. Tak się jednak

cja matematyczna dzieci w ostatnim roku wychowania przedszkolnego i w pierwszym roku szkolnej edukacji. Cele i treści kształcenia, podstawy psychologiczne i pedagogiczne oraz wskazówki do prowadzenia zajęć z dziećmi w domu, w przedszkolu i w szkole, red. E. Gruszczyk-Kolczyńska, Wydawnictwo Edukacja Polska, Warszawa 2009; E. Gruszczyk-Kolczyńska, *Wspomaganie rozwoju umysłowego starszych przedszkolaków wraz z edukacją matematyczną*, w: *Starsze przedszkolaki. Jak skutecznie je wychowywać i kształcić w przedszkolu i w domu*, Wydawnictwo CEBP, Kraków 2014; *Wspomaganie dzieci w rozwoju operacyjnego rozumowania: zakres potrzebny do kształtowania pojęć liczbowych*, w: *Edukacja matematyczna w klasie I. Książka dla nauczycieli i rodziców...*

⁴⁸Wyjaśniam to w publikacji *O dzieciach matematycznie uzdolnionych. Książka dla rodziców i nauczycieli...* część piąta, rozdział 1.

⁴⁹Niestety, przeciw mnożeniu zeszytów ćwiczeń nie protestowali nauczyciele nauczania początkowego, bo – jak już wyjaśniłam – „przerabianie” zadań zawartych w zeszytach ćwiczeń jest dla nich wygodnym sposobem prowadzenia edukacji matematycznej. Na mnogość zeszytów ćwiczeń narzekali głównie rodzice bo komplet edukacyjny do klasy I stawał się z roku na rok droższy. Dodam, że zeszyty ćwiczeń są opracowane do jednorazowego użycia – dzieci wpisują do nich to, co konieczne jest do rozwiązania zadań. Dlatego np. starszy brat nie może młodszemu przekazać swoich zeszytów ćwiczeń. Epoka zeszytów ćwiczeń to czas złotych interesów wydawnictw oświatowych – jeżeli przekonano 1 nauczyciela do kupna danego pakietu, wówczas

nie stało z następujących powodów. *Nasz elementarz* został opracowany w konwencji zintegrowanego kształcenia. Do tego pierwszego dziecięcego podręcznika został dołączony *Poradnik dla nauczyciela klasy pierwszej szkoły podstawowej* zawierający wykładnię metodyczną *Naszego elementarza*. Do tego *Poradnika* dołączone zostały także... karty pracy dla uczniów. Tyle tylko, że obecnie udostępnia je Ministerstwo Edukacji Narodowej (za pośrednictwem ORE), a nie wydawnictwa edukacyjne typu WSiP.

Ponieważ kart pracy jest tam zbyt mało, aby ich realizacja wypełniła czas zajęć szkolnych, nauczyciele *kserują* strony zadań matematycznych ze starych zeszytów ćwiczeń i dają je dzieciom... bo nie potrafią uczyć inaczej niż w stylu *papierowej matematyki*. Przewidziały to wydawnictwa edukacyjne i *odchudzają* swoje zeszyty ćwiczeń oraz dostosowują je do tego, co znajduje się w *Naszym elementarzu*. Nie bacząc na przedstawione wcześniej błędy metodyczne i merytoryczne. Takimi zeszytami ćwiczeń nasycają rynek podręczników edukacyjnych, konsumując fundusze przeznaczone na odnowienie bazy pomocy dydaktycznych w edukacji wczesnoszkolnej.

Wszystko to sprawia, że zamiast działań naprawiających jakość matematycznego kształcenia uczniów w klasie I mamy obecnie:

- *Nasz elementarz* i *Poradnik dla nauczyciela klasy pierwszej szkoły podstawowej* z dołączonymi kartami pracy dla uczniów w których powiela się błędy merytoryczne zawarte w *Naszym elementarzu*;
- *odchudzone* zeszyty ćwiczeń dostosowane... do złej edukacji matematycznej, bo taka jest lansowana w *Naszym elementarzu*.

Szczególnie groźne jest to, że taka sytuacja będzie trwała co najmniej do 2017 roku. Postanowiono bowiem, że *Nasz elementarz* – wraz z obudową metodyczną w formie *Poradnika dla nauczyciela klasy pierwszej szkoły podstawowej* z dołączonymi kartami pracy dla uczniów – będzie realizowany w kolejnych 3 latach nauki szkolnej.

około 24 rodziców kupowało go swoim dzieciom, gdy przekonano dyrektora szkoły, w której funkcjonowały np. 3 klasy pierwsze, liczbę tę mnożono przez 3. Nic więc dziwnego, że niektóre wydawnictwa przekazywały nieodpłatnie szkołom tablety, komputery, tablice interaktywne za obietnicę tzw. współpracy, której wskaźnikiem była liczba pakietów edukacyjnych zakupionych dla uczniów klas I, II i III.

Nauczyciele, którzy zostali obdarzeni tymi środkami dydaktycznymi będą – w dobrej wierze – według nich realizować edukację matematyczną dzieci przez kolejne lata nauki szkolnej. A że nie potrafią już uczyć bez takiej obudowy dydaktycznej, będą realizować nadal *papierową edukację matematyczną* ale znacznie gorzej.

10. Krótko o działaniach, które mogą na lepsze zmienić edukację matematyczną dzieci

Trzeba **niezwłocznie wydzielić edukację matematyczną z kształcenia zintegrowanego począwszy od klasy I**. Nie ma ku temu przeciwwskazań formalnych, ale żeby to stało się rzeczywistością konieczna jest decyzja najwyższych władz oświatowych. Dyrektorzy i nauczyciele przyzwyczaili się bowiem do tego, że nawet drobne kwestie organizacyjne od lat regulowane są rozporządzeniami i zarządzeniami Ministra Edukacji Narodowej. Bojąc się o miejsca pracy, nie podejmą decyzji w tak istotnej kwestii, jaką jest wydzielenie edukacji matematycznej z kształcenia zintegrowanego. Utwierdza ich w tym rekomendowany osobiście przez Ministra Edukacji Narodowej *Nasz elementarz* opracowany przecież w konwencji zintegrowanego kształcenia.

Należy też **zmienić reguły systemu doksztalcenia nauczycieli**. Obecnie funkcjonuje on na zasadzie przyznawania pieniędzy tym, którzy wygrywają przetargi „na szkolenia”. Dlatego niemałe fundusze przeznaczone na podnoszenie kwalifikacji nauczycieli wędrują do kieszeni... mistrzów w pisaniu projektów. Po wygraniu przetargu, intensywnie szukają kogoś, kto deklaruje, że posiada oczekiwane kompetencje. Ponieważ deklarowanie kompetencji oraz ich posiadanie nie zawsze idzie w parze, poziom wielu szkoleń bywa marny. Dodam jeszcze, że bardzo łatwo zarejestrować prywatną firmę szkoleniową z programem szkolenia nauczycieli, bo ten zakres usług pedagogicznych nie jest niczym ograniczony i nikt go nie kontroluje. Dlatego dosłownie każdy może prowadzić doksztalcenie nauczycieli⁵⁰ i oferować szkołom i przedszkolom odpłatne szkolenia,

⁵⁰Nadzieja, że ureguluje to rynek edukacyjny jest nieuzasadniona. Założenie, że na źle prowadzone szkolenia nie będzie zapotrzebowania – nie sprawdza się. Żeby wiedzieć, na jakim poziomie realizowane jest dane szkolenie, trzeba w nim uczestniczyć chociaż raz. Ponieważ Polska jest dużym krajem, nawet bardzo kiepskie firmy edukacyjne mają się dobrze. Nawet wówczas, gdy któraś ze szkół nie zleci im następnego

konsumując przeznaczone na to środki finansowe.

Dzieje się to w czasach, gdy szkoły wyższe kształcące nauczycieli edukacji przedszkolnej i wczesnoszkolnej otrzymują skąpe fundusze na ich edukację. Na dodatek uczelnie te są przymuszane do kształcenia w systemie:

- 3 lata studiów licencjackich, kończące się uprawnieniami nauczycielskimi do pracy w przedszkolach i klasach początkowych;
- 2 lata studiów magisterskich, na które może się zapisać każdy chętny, niezależnie jakie studia licencjackie ma ukończone.

Władze oczekują, że w tak krótkim czasie można przygotować kandydatów do zawodu nauczycielskiego z dwóch arcytrudnych specjalności: z wychowania przedszkolnego i nauczania początkowego. W systemie oświaty milcząco przyjmuje się, że nauczyciele kończący tak krótkie studia, będą podnosić swoje kwalifikacje zawodowe w ramach opisanych wcześniej szkoleń. Dlatego są oni obligowani do udziału w szkoleniach o tematyce atrakcyjnej tylko z nazwy. Ponieważ jakość tych szkoleń jest często kiepska, z nudów stosują bierny opór: nie uważają, nie podejmują dyskusji, bawią się telefonami komórkowymi itd. Z utęsknieniem czekają na koniec szkolenia i... tracą motywację do podnoszenia kwalifikacji pedagogicznych.

Wady obecnej formuły doksztalcania nauczycieli są wielowymiarowe i najwyższy czas to zmienić. Konieczne są kontrole merytoryczne firm oferujących usługi pedagogiczne. Doksztalcanie nauczycieli trzeba powierzyć specjalistom, bez przetargów organizowanych tak, że pośrednicy przejmują znaczącą część pieniędzy przeznaczoną na szkolenia podnoszące kwalifikacje nauczycieli.

11. O konieczności obligatoryjnego doksztalcania nauczycieli w planowaniu działalności pedagogicznej

Właściwe planowanie działalności pedagogicznej jest podstawą ciągłości edukacyjnej i wszelkich działań naprawczych w systemie oświaty. Planowanie działalności pedagogicznej jest też bardzo trudne: nauczyciel musi dobrze orientować się w kompetencjach swoich uczniów, a także

szkolenia.

doskonale znać założenia ciągłości edukacyjnej, nie tylko w zakresie edukacji matematycznej. Bez tego nie sposób zaplanować treści kształcenia na kolejne miesiące, tygodnie i dni roku szkolnego na poziomie odpowiednio klasy I, II i III.

Wydawnictwa oświatowe zorientowały się w obszarze tych trudności i przez lata obdarowywały nauczycieli *gotowcami* w formie gotowych rozkładów materiałów i scenariuszy zajęć. Każdy gotowy rozkład materiału oprócz treści kształcenia rozpisanych na miesiące, tygodnie i dni edukacyjne zawierał... wykazy zadań z zeszytów ćwiczeń (wydawanych przez to wydawnictwo), które dzieci mają zrealizować w ramach szkolnej i domowej edukacji. Nauczyciel realizując edukację matematyczną według otrzymanego *gotowca*, musiał korzystać z zeszytów ćwiczeń tego wydawnictwa, od którego otrzymał *prezent (?) w formie kilku kartek papieru* zawierającego gotowy rozkład materiału. Poczynając od roku szkolnego 2014/2015 takie *gotowce* nauczyciele otrzymują w ramach *Poradnika dla nauczyciela klasy pierwszej szkoły podstawowej* dostosowanego do *Naszego elementarza*.

Ponieważ nauczyciele od kilkunastu lat otrzymują gotowe rozkłady materiału, nie radzą sobie z planowaniem działalności pedagogicznej. Nie potrafią w planowaniu edukacji matematycznej uwzględnić:

- rzeczywistych możliwości umysłowych dzieci i specyfiki uczenia się matematyki kolejno w klasach I, II i III;
- prawidłowości pedagogicznych kształtowania pojęć i umiejętności matematycznych w poszczególnych zakresach matematycznego kształcenia (chodzi o modele nabywania umiejętności liczenia, rachowania, rozumienia sensu pomiaru itd.);
- perspektywy edukacyjnej: kształtowanie wiadomości i umiejętności w kolejnych latach nauczania początkowego mają rozwijać dziecięce umysły i stawić fundament dla konstruowania systemu wiadomości i umiejętności w następnych latach edukacji szkolnej⁵¹.

⁵¹Na przykład orientację przestrzenną w klasie I realizuje się po to, aby dzieci lepiej radziły sobie w sytuacjach życiowych i szkolnych i po to, że potrzebna jest ona dzieciom w trakcie mierzenia długości i w kształtowaniu pojęć geometrycznych, a potem w kreśleniu planów pomieszczeń, posługiwaniu się mapą itd. Trzeba o tym pamiętać w klasie I przy konkretyzowaniu treści kształcenia w ramach orientacji przestrzennej.

Tego wszystkiego trzeba nauczyć nauczycieli, wszak od fachowego planowania działalności matematycznej zaczyna się podnoszenie na przyzwoity poziom edukacji matematycznej dzieci w kolejnych latach nauki szkolnej.

12. O potrzebie dokształcanie nauczycieli w realizowaniu edukacji dzieci bez nawyków tkwiących w *papierowej matematyce*

Od ćwierć wieku nauczyciele – jak już wspomniałam – są przygotowywani na studiach do realizowania edukacji matematycznej według zeszytów ćwiczeń i kart pracy, a nie do kształtowania wiadomości i umiejętności w umysłach dzieci zgodnie z ciągłością edukacyjną. Potrafią więc uczyć tylko w konwencji *papierowej edukacji matematycznej*.

Żeby to zmienić na lepsze, trzeba zwyczajnie przeszkolić nauczycieli w zakresie prowadzenia edukacji matematycznej sześciolatków, a potem uczniów klasy I bez zeszytów ćwiczeń. Z dbałością o wspomaganie dzieci w rozwoju umysłowym, z korzystaniem ze sprawdzonych modeli pedagogicznych dotyczących liczenia i rachowania, stopniowego przekształcania intuicji w pojęcia geometryczne (chodzi o przywrócenie właściwego miejsca geometrii w edukacji), strategii rozwiązywania zadań z treścią itd.

Bez takiego gruntownego przygotowania nauczycieli nie poprawi się jakości edukacji matematycznej dzieci. Konieczne jest też wycofanie się najwyższych władz oświatowych z rekomendacji *Naszego elementarza*. Konieczne jest też rozpisanie otwartych konkursów na taką koncepcję edukacji matematyczną w klasach początkowych, która zapewni dzieciom sukcesy w następnych latach szkolnej edukacji.

13. Dlaczego tolerowane są opisane nieprawidłowości w edukacji matematycznej dzieci?

Głównym powodem jest to, że skutki opisanych grzechów ujawniają się tak późno, że trudno połączyć przyczynę ze skutkiem. Na dodatek opisane grzechy te nie szkodzą wszystkim uczniom w tym samym stopniu.

Uczniowie o znakomitych możliwościach intelektualnych, z wysoką podatnością na uczenia się radzą sobie nieźle w papierowej matematyce: nie muszą manipulować liczmanami, bo rozumują na poziomie symbo-

licznym. Dlatego potrafią samodzielnie i sprawnie rozwiązywać zadania ze swoich zeszytów ćwiczeń. To co, że papierowy sposób organizowania edukacji matematycznej nie sprzyja rozwojowi ich uzdolnień matematycznych? Nic złego się nie stało, przecież nie wiadomo, w jakim stopniu byli nimi obdarzeni.

Gorzej z uczniami o przeciętnych i niższych możliwościach intelektualnych. Oni tracą najwięcej, bo opisane grzechy edukacji matematycznej nie sprzyja ani kształtowaniu wiadomości i umiejętności, ani rozwojowi ich umysłu. Są więc zdani na rodziców: jeżeli pomogą – nie ma większego problemu. Gdy rodzice nie potrafią pomóc, także nie ma problemu – widocznie uczeń nie jest zdolny do matematyki i dlatego ma kłopoty. Trzeba załatwić mu korepetycje. Gdy korepetycje także nie pomagają, uczeń jest winny bo ma gorsze możliwości umysłowe.

Rzadko kto łączy nadmierne trudności w nauce matematyki uczniów klas starszych z jakością edukacji matematycznej w klasach początkowych. Po prostu stwierdza się, że: *uczeń ma zaległości z poprzednich lat, bo nie przykładał się do nauki*. Winien jest zawsze uczeń. Mało kto dostrzega bowiem, że opisane grzechy edukacji matematycznej już w pierwszym roku nauki szkolnej zepchnęły go na ścieżkę niepowodzeń szkolnych. Że co czwarty uczeń klas początkowych jest zepchnięty na ścieżkę kłęski szkolnej ze wszystkimi groźnymi skutkami niepowodzeń w nauce matematyki.

Na co dzień trudno dostrzec opisane nieprawidłowości w edukacji matematycznej w klasach początkowych: w dziennikach są perfekcyjne rozkłady materiałów i prawidłowo zapisane tematy. Zeszyty ćwiczeń i karty pracy nad którymi pochylają się uczniowskie główki są kolorowe, z wyraźnie zapisanymi informacjami: wystarczy wpisać liczbę lub znak działania, podkreślić lub przekreślić, dorysować strzałkę grafu itd. Nie sposób nawet dostrzec tych uczniów, którzy nie potrafią samodzielnie rozwiązać nawet prościutkich zadań ze swego zeszytu ćwiczeń. Nie muszą nawet wykazać większym sprytem, wystarczy że skopiują to, co narysowali lub wyliczyli inni. Wszak ułatwia im to papierowy sposób prowadzenia edukacji matematycznej.

Sprawdziany wiadomości i umiejętności matematycznych także nie ujawniają tego, że uczniowie niewiele wiedzą i potrafią z matematyki. Wszak są opracowane przez autorów pakietów edukacyjnych opracowa-

nych w stylu papierowej matematyki. Dopiero w klasie IV zaczyna się dramat – wielu, zbyt wielu uczniów nie potrafi spełnić oczekiwań nauczycieli matematyki. Rodzice poszukują korepetytorów i opłacają ze swojej kieszeni to, co ich dzieci miały otrzymać w ramach edukacji szkolnej opłacanej przecież z naszych podatków.

Z moich doświadczeń wynika niestety, że z małymi wyjątkami⁵² władze oświatowe wszystkich szczebli nie przyjmują tego wszystkiego do wiadomości. Także zdecydowana większość nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej nie chce niczego zmienić, gdyż pokochali wygodną *papierową matematykę* i tylko w tej konwencji chcą realizować edukację matematyczną. Przy takiej zmowie milczenia, muszę ponownie głośno wołać o podjęcie działań naprawczych wyprowadzających z zapaści edukację matematyczną w pierwszych latach szkolnego kształcenia. W tej intencji napisałam ten artykuł.

Literatura

B r u n e r J. S.: 1978, *Poza dostarczone informacje. Studia z psychologii poznania*, PWN, Warszawa.

C y d z i k Z.: 1986, *Nauczanie matematyki w klasie pierwszej i drugiej*, WSiP, Warszawa.

G r u s z c z y k–K o l c z y ń s k a E.: 1985, *Niepowodzenia w uczeniu się matematyki u dzieci z klas początkowych. Diagnoza i terapia*, Prace Naukowe Uniwersytetu Śląskiego nr 553, Katowice.

G r u s z c z y k–K o l c z y ń s k a E.: 1992 i 12 późniejszych wydań, *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki. Przyczyny, diagnoza, zajęcia dydaktyczno-wyrównawcze*, WSiP, Warszawa.

⁵²Na szczęście są też wyjątki. Wielu dyrektorów przedszkoli i szkół zwróciło się do mnie o pomoc w podniesieniu poziomu edukacji matematycznej. W ponad 40-tu placówkach edukacyjnych realizowana jest pod moim kierunkiem innowacja, której celem jest podniesienie poziomu edukacji matematycznej dzieci i wspomaganie ich w rozwijaniu zadatków uzdolnień matematycznych. Cenię też decyzje władz oświatowych dzielnicy Warszawa-Targówek, Miasta Kraków i Miasta Chorzów w zakresie organizowania na ich terenie placówek edukacyjnych realizujących edukację matematyczną dzieci wraz rozwijaniem ich zadatków uzdolnień matematycznych. Udało się też zorganizować studia podyplomowe dla nauczycieli w Warszawie i w Krakowie, którzy chcą wspomagać rozwój umysłowy dzieci wraz z edukacją matematyczną i rozwijać zadatki ich uzdolnień matematycznych.

Gruszczyk-Kolczyńska E., Zielińska E.: 1997, *Dziecięca matematyka. Książka dla rodziców i nauczycieli*, WSiP, Warszawa.

Gruszczyk-Kolczyńska E. (red.): 2009, *Wspomaganie dzieci w rozwoju operacyjnego rozumowania. Zakres potrzebny do kształtowania aspektu kardynalnego pojęcia liczby naturalnej*, w: Gruszczyk-Kolczyńska E. (red.) *Wspomaganie rozwoju umysłowego oraz edukacja matematyczna dzieci w ostatnim roku wychowania przedszkolnego i w pierwszym roku szkolnej edukacji Cele i treści kształcenia, podstawy psychologiczne i pedagogiczne oraz wskazówki do prowadzenia zajęć z dziećmi w domu, w przedszkolu i w szkole*, Wydawnictwo Edukacja Polska, Warszawa.

Gruszczyk-Kolczyńska E. (red.): 2009, *Wspomaganie rozwoju umysłowego oraz edukacja matematyczna dzieci w ostatnim roku wychowania przedszkolnego i w pierwszym roku szkolnej edukacji. Cele i treści kształcenia, podstawy psychologiczne i pedagogiczne oraz wskazówki do prowadzenia zajęć z dziećmi w domu, w przedszkolu i w szkole*, Wydawnictwo Edukacja Polska, Warszawa.

Gruszczyk-Kolczyńska E., Zielińska E.: 2009, *Główne grzechy przedszkolnej i szkolnej edukacji matematycznej. Czyli o tym. Co utrudnia dzieciom nabywanie wiadomości i umiejętności matematycznych*, w: Gruszczyk-Kolczyńska E. (red.) *Wspomaganie rozwoju umysłowego oraz edukacja matematyczna w ostatnim roku wychowania przedszkolnego i w pierwszym roku szkolnej edukacji. Cele i treści kształcenia, podstawy psychologiczne i pedagogiczne oraz wskazówki do prowadzenia zajęć w domu, w przedszkolu i w szkole*, Wydawnictwo Edukacja Polska, Warszawa.

Gruszczyk-Kolczyńska E. (red.): 2012, *Charakterystyka wiadomości i umiejętności matematycznych dzieci. Wnioskowanie o ich uzdolnieniach matematycznych. Wyniki badań, interpretacje i wnioski*, w: *O dzieciach matematycznie uzdolnionych. Książka dla rodziców i nauczycieli*, Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa.

Gruszczyk-Kolczyńska E. (red.): 2012, *O dzieciach matematycznie uzdolnionych. Książka dla rodziców i nauczycieli*, Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa.

Gruszczyk-Kolczyńska E. (red.): 2014, *Edukacja matematyczna w klasie I. Książka dla nauczycieli i rodziców. Cele i treści kształcenia, podstawy psychologiczne i pedagogiczne oraz opisy zajęć z dziećmi*, Wydawnictwo CEBP, Kraków.

Gruszczyk-Kolczyńska E. (red.): 2014, *Wspomaganie rozwoju umysłowego starszych przedszkolaków wraz z edukacją matematyczną*, w: Gruszczyk-Kolczyńska E. (red.): *Starsze przedszkolaki. Jak skutecznie je wychowywać i kształcić w przedszkolu i w domu*, Wydawnictwo CEBP, Kraków.

Gruszczyk-Kolczyńska E. (red.): 2014, *Wspomaganie dzieci w rozwoju operacyjnego rozumowania: zakres potrzebny do kształtowania pojęć liczbowych*, w: Gruszczyk-Kolczyńska E. (red.) *Edukacja matematyczna w klasie I. Książka dla nauczycieli i rodziców. Cele i treści kształcenia, podstawy psychologiczne i pedagogiczne oraz opisy zajęć z dziećmi*, Wydawnictwo CEBP, Kraków.

Gruszczyk-Kolczyńska E.: 2014, *Czas: dni i noce, pory roku, dni i w tygodniu, miesiące w roku. Obliczenia kalendarzowe i zegarowe*, w: Gruszczyk-Kolczyńska E. (red.) *Edukacja matematyczna w klasie I. Książka dla nauczycieli i rodziców. Cele i treści kształcenia, podstawy psychologiczne i pedagogiczne oraz opisy zajęć z dziećmi*, Wydawnictwo CEBP, Kraków.

Gruszczyk-Kolczyńska E.: 2015, *O złej jakości edukacji matematycznej dzieci i błędach merytorycznych w dziecięcym podręczniku Nasz elementarz. Jakie działania trzeba podjąć, aby to zmienić na lepsze*, Ruch Pedagogiczny nr 1, s. 97–110.

Gruszczyk-Kolczyńska E.: 2015, *O kryzysie edukacji matematycznej na przykładzie pierwszego roku nauki szkolnej. Co trzeba zmienić, żeby dzieci mogły odnosić sukcesy w nauce matematyki*, w: J. Malinowska i T. Neckar-Ilnicka (red.) *Uczenie się dzieci. Myślenie i działanie*, Wydawnictwo EPIDEIXIS, Kraków.

Gruszczyk-Kolczyńska E., Zielińska E.: 2015, *Dziecięca matematyka. Dwadzieścia lat później. Książka dla rodziców i nauczycieli*, Wydawnictwo CEBP, Kraków.

Koob A.: 2010, *U źródła naszych myśli*. Wydawnictwo Sonia Draga, Katowice.

- K r y g o w s k a Z.: 1977, *Zarys dydaktyki matematyki*, część I, WSiP, Warszawa.
- K u p i s i e w i c z M.: 2014, *Obliczenia pieniężne i mała, domowa ekonomia*, w: Gruszczyk-Kolczyńska E. (red.) *Edukacja matematyczna w klasie I. Książka dla nauczycieli i rodziców. Cele i treści kształcenia, podstawy psychologiczne i pedagogiczne oraz opisy zajęć z dziećmi*, Wydawnictwo CEBP, Kraków.
- Nauczanie początkowe matematyki. Podręcznik dla nauczyciela*, Semadeni Z. (red.): 1984, tom 1, WSiP, Warszawa.
- P i a g e t J.: 1966, *Studia z psychologii dziecka*, PWN, Warszawa.
- P i a g e t J.: 1997, *Psychologia i epistemologia*, PWN, Warszawa.
- P i a g e t J., I n h e l d e r B.: 1967, *Operacje umysłowe i ich rozwój*, w: P. Oleron, J. Piaget, B. Inhelder, P. Greco, *Inteligencja*, PWN, Warszawa.
- P i a g e t J., I n h e l d e r B.: 1993, *Psychologia dziecka*, Wydawnictwo Siedmioróg, Wrocław.
- P r e g l e r A. (red.): 2013, *Ogólnopolskie Badanie Umiejętności Trzecioklasistów Raport OBUT 2013*. Wydawnictwo Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa.
- P r z e t a c z n i k o w a M.: 1978, *Podstawy rozwoju psychicznego dzieci i młodzieży*, WSiP, Warszawa.
- P u c h a l s k a E., S e m a d e n i Z.: 1992, *Wieloaspektowość pojęcia liczby naturalnej*, w: Semadeni Z. (red.), *Nauczanie początkowe matematyki. Podręcznik dla nauczyciela*, t. 2, WSiP, Warszawa.
- P u c h a l s k a E., S e m a d e n i Z.: 1984, *Liczydła planszowe*, w: Semadeni Z. (red.), *Nauczanie początkowe matematyki. Podręcznik dla nauczyciela*, t. 2, WSiP, Warszawa.
- Raport z ogólnopolskiego badania umiejętności trzecioklasistów OBUT 2014*, Wydawnictwo Instytutu Badań Edukacyjnych, Warszawa 2015.

S k o r e k K.: 2015, *Losy matematycznie uzdolnionych dzieci warszawskich szkół na początku nauki szkolnej*, niepublikowana rozprawa doktorska napisana pod kierunkiem E. Gruszczyk-Kolczyńskiej, Akademia Pedagogiki Specjalnej, Warszawa.

S p i n z e r M.: 2012, *Jak uczy się mózg*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

S p i o n e k H.: 1973, *Zaburzenia rozwoju uczniów a niepowodzenia szkolne*, PWN, Warszawa.

S t u c k i E.: 1992, *Metodyka nauczania matematyki w klasach niższych, część I i II*, Wydawnictwa Wyższej Szkoły Pedagogicznej w Bydgoszczy, Bydgoszcz.

W o ł o s z y n o w a L.: 1977, *Problemy szkolnego „startu” w polskim zreformowanym systemie oświaty*, Psychologia Wychowawcza nr 1.

W y g o t s k i L. S.: 1971, *Wybrane prace psychologiczne*. PWN, Warszawa.

Ż y l i ń s k a M.: 2013, *Neurodydaktyka. Nauczanie i uczenie się przyjazne mózgowi*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń.

**The crisis mathematical education of children.
A desperate cry for corrective action**

Summary

In the brief introduction I want to explain why the low effectiveness of children's mathematical education causes unsatisfactory results of matura exam. Next, I give the reasons for low effectiveness of mathematical education. I also explain why and in which areas mathematical education is damaged by:

- a) integrated educational system,
- b) limitation of mathematical education to do the tasks contained on the pages of mathematical exercise books, *Nasz elementarz* and work cards,
- c) preference for paper mathematics, which does not entice to experience logical and mathematical interiorisation and destroys children's interest in mathematics,
- d) there are serious mistakes connected with the development of numerical concepts and omitting the need to support children in developing operational reasoning on the specific level in the *Nasz elementarz*.

In the last part, I write about the failures in learning mathematics, indicating the imposition of overlapped original and secondary causes and all the consequences of this. I also explain why I tolerate the aforementioned serious mistakes in the early mathematical education. Finally, I discuss some actions that can improve the current state, if only there will be the willingness on the part of educational authorities.