Od fotografii do kultury matematycznej. Zarys koncepcji nauczania[1]

Małgorzata Makiewicz

Akademia Pedagogiki Specjalnej im. Marii Grzegorzewskiej w Warszawie
mmakiewicz@aps.edu.pl

Streszczenie

Kultura matematyczna, budowana przez wieki na fundamentach kultury greckiej, nie odnosi się tylko do pewnej techniki, sprawności, czy do posługiwania się formalnym językiem przy dowodzeniu i rozwiązywaniu problemów. W skład kultury matematycznej wchodzi również twórczość i wyobraźnia, właściwe rozumienie pojęć oraz postrzeganie piękna i zarazem użyteczności tej dyscypliny. Kultura matematyczna polega także na tym, że potrafi się dostrzegać niektóre matematyczne idee, twierdzenia i problemy w otaczającym nas świecie.

Powszechny dostęp do cyfrowych aparatów fotograficznych oraz możliwość praktycznie natychmiastowego uzyskania zdjęć rodzi nowe możliwości – również w obszarze nauczania szkolnego. Edukacja matematyczna inspirowana fotografią pozwala na swobodne przemieszczanie się pomiędzy sztuką a matematyką, zakłada artystyczną wrażliwość ucznia i ożywienie jego ekspresji poznawczej w przestrzeni odległej od sali szkolnej. Wykorzystuje naturalne zaciekawienie ucznia obserwowanymi zjawiskami świata przyrody i obiektami utworzonymi przez człowieka. Twórczość tego typu, opierająca się na samodzielnym odkrywaniu lub konstruowaniu wiedzy za pomocyą aparatu fotograficznego, otwiera zupełnie nową przestrzeń dydaktyki matematyki gdyż uświadamia uczącym konkretne drogi asocjacji prowadzących do zrealizowania procesów poznawczych w odniesieniu do abstrakcyjnych obiektów matematyki.

W artykule zasygnalizowano podstawy koncepcji nauczania matematyki opartej o fotografię.

[1] Artykuł opiera się na publikacjach autorstwa Małgorzaty Makiewicz: *O fotografii w nauczaniu matematyki. Jak kształtować kulturę matematyczną uczniów*, SKNMDM Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin 2013; *Elementy kultury matematycznej w fotografii*, SKNMDM Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin 2012; *Matematyka w obiektywie. Kultura matematyczna dla nauczycieli*, WN Uniwersytetu Szczecińskiego Szczecin 2010.

Wprowadzenie

W 2010 r. na Uniwersytecie Szczecińskim odbyła się I edycja powszechnego Konkursu Fotograficznego „Matematyka w obiektywie" (www.mwo.usz.edu.pl). W ciągu dziesięciu lat konkurs zyskał renomę międzynarodową, a w jego archiwum znalazło się kilkadziesiąt tysięcy fotografii z wielu krajów wraz z autorskimi podpisami i komentarzami. Najlepsze prace uzyskują nominacje do publikacji na międzynarodowych wystawach fotograficznych, w książkach, artykułach i corocznie wydawanych kalendarzach „Matematyki w obiektywie". Wytypowani przez jury laureaci corocznie otrzymują cenne nagrody rzeczowe i pamiątkowe dyplomy, a od czterech lat najaktywniejsi ambasadorowie konkursu otrzymują honorowy tytuł „Ambasador Matematyki w obiektywie". Międzynarodowy Projekt Naukowo-Dydaktyczny „Matematyka w obiektywie" prowadzony jest obecnie przez Uniwersytet Szczeciński i Akademię Pedagogiki Specjalnej im. Marii Grzegorzewskiej w Warszawie. W toku prac badawczych w obszarze dydaktyki matematyki określono kategorie najczęściej zgłaszanych tematów fotografii oraz przedstawiono konkretne propozycje zastosowania tych kategorii w nauczaniu matematyki i kształceniu kultury matematycznej. Na bazie badań powstała koncepcja edukacji matematycznej opartej na zastosowaniu fotografii – fotoedukacja. Koncepcja fotoedukacji ma na celu odblokowanie barier i oswojenie z matematycznym myśleniem, pojmowanie matematyki jako narzędzia poznawania i rozumienia świata, podniesienie uczniowskiej świadomości użyteczności matematyki, kształcenie posługiwania się językiem matematycznym, rozwijanie estetyki poznawczej, poczucia harmonii i wrażliwości uczniów na piękno matematyki oraz wyostrzenie spostrzegania i poprawa ich wyobraźni geometrycznej.

1. Kultura matematyczna ucznia

Krzysztof Ciesielski i Zdzisław Pogoda piszą:

> Na nauczanie matematyki wiele osób patrzy przede wszystkim pod kątem przydatności w praktyce, zapominając o pewnych innych aspektach, choćby o ogólnej kulturze. Oczywiście, na co dzień nie wykorzystujemy bezpośrednio różnych konstrukcji i obiektów matematycznych, ale często nawet nie wiemy, że się nimi posługujemy lub wykorzystujemy ich wła-

> sności. (...) Na lekcjach matematyki, oprócz konkretnych narzędzi i metod, młodzi ludzie powinni się uczyć logicznego myślenia, umiejętności wyciągania wniosków z danych, czyli myślenia dedukcyjnego. Tego właśnie uczy rozwiązywanie zadań z geometrii czy równań z logarytmami i sinusami. One uczą wykorzystywania danych, zmuszają do logicznego myślenia na abstrakcyjnych przykładach[2].

Tadeusz Kotarbiński do składników logiczno-filozoficznej kultury człowieka zaliczył „uporządkowane operowanie terminami ontologicznymi, świadomość istoty oznaczania i nazywania stosunków semiotycznych, biegłość komunikacyjną, umiejętność definiowania i umiejętność poprawnego uzasadniania wniosków”[3]. Zauważmy, że przytoczone komponenty wprost odnoszą się kompetencji matematycznych, podstawowych kompetencji naukowo-technicznych, umiejętności porozumiewania, uczenia się.

Helena Siwek podkreśla najistotniejsze cele edukacji matematycznej, do których zalicza „posługiwanie się językiem matematycznym wraz z dostrzeganiem jego różnic względem struktury logicznej języka naturalnego, wykorzystywanie praw i reguł rozumowania w celu lepszego zrozumienia pojęć, matematyzację i interpretację oraz swobodne posługiwanie się obiektami abstrakcyjnymi”[4].

Zdaniem Jerome'a Brunera kultura unosi się nad materią, dotyczy „wytwarzania i przypisywania znaczeń rzeczom w konkretnych sytuacjach i w ten sposób akcentuje swój nadorganiczny charakter[5].

Kultura matematyczna daje człowiekowi interaktywny sposób rozumienia świata polegający na poszerzeniu pola widzenia i pojmowaniu występujących w nim zjawisk. Pierwszą definicję kultury matematycznej zawdzięczamy Frantiszkowi Kurinie, który do jej atrybutów zaliczył:

[2]K. Ciesielski, Z. Pogoda, *Królowa bez Nobla. Rozmowy o matematyce*, Demart, Warszawa 2013, s. 44.

[3]T. Kotarbiński, *Logika jako szkolny przedmiot pomocniczy*, Studia Logika, XXVI/1970.

[4]H. Siwek, *Dydaktyka matematyki. Teoria i zastosowania w matematyce szkolnej*, WSiP, Warszawa 2005, s. 170.

[5]J. Bruner, *Kultura edukacji*, przekł. T. Brzostowska-Tereszkiewicz, Universitas, Kraków 2006, s. 16.

1. Zdobycie sprawności matematycznej.
2. Zrozumienie przejścia między matematyką – nauką i matematyką – przedmiotem nauczania.
3. Opanowanie języka matematyki.
4. Umiejętność wybierania odpowiednich metod przy rozwiązywaniu zadań.
5. Posiadanie dobrej wyobraźni geometrycznej.
6. Opanowanie techniki obliczeń.
7. Opanowanie umiejętności przeprowadzania dowodów.
8. Opanowanie umiejętności wprowadzania pojęć.
9. Możliwości uprawiania w pewnym stopniu twórczości matematycznej.
10. Postrzeganie piękna matematyki.[6]

Większość przytoczonych stwierdzeń odnosi się do osoby dorosłej: nauczyciela matematyki lub matematyka-naukowca. O dorastaniu uczniów do pewnych składników kultury matematycznej piszę w monografii przedstawiającej koncepcję nauczania matematyki i kształcenia kultury matematycznej ucznia poprzez sztukę fotografii[7]. Przykładowo przejście między *matematyką – nauką i matematyką – przedmiotem nauczania* może być dla ucznia niezrozumiałe. *Postrzeganie piękna matematycznego* może być przez dziecko zrozumiałe jedynie na poziomie wizualnym. Do odczucia piękna rozumowania matematycznego, efektywności wnioskowania, trafności kontrprzykładu trzeba po prostu dorosnąć. Dlatego na potrzeby projektu badawczego „Matematyka – nasza niedostrzegalna kultura"[8] dokonanałam modyfikacji przytoczonego modelu Frantiszka Kuriny w taki sposób, aby wszystkie składniki mogły dotyczyć ucznia. Model kultury matematycznej[9] ucznia został wzorowany

[6] F. Kuřina, *Kultura matematyczna nauczyciela matematyki*, w: „Matematyka -Społeczeństwo-Nauczanie" 6/1991, s. 30.

[7] M. Makiewicz, *O fotografii w edukacji matematycznej. Jak kształcić kulturę matematyczną uczniów*, KMDM US, Szczecin 2013.

[8] Projekt realizowany przez Zakład Dydaktyki Matematyki Instytutu Matematyki Uniwersytetu Szczecińskiego od roku 2006, www.mnnk.usz.edu.pl

[9] M. Makiewicz, *O fotografii w nauczaniu matematyki. Jak kształtować kulturę matematyczną uczniów,* SKNMDM Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin 2013.

na modelu zdolności kierunkowych Wiesławy Limont[10]. Do tej adaptacji skłoniła wyjątkowa klarowność i uporządkowanie wspomnianego schematu. Od strony graficznej – zależności inkluzyjne – pokazane za pomocą kół koncentrycznych zastąpione zostały dwoma obszarami nachodzącymi na siebie o niepustej części wspólnej. Istotą *modelu kultury matematycznej ucznia* jest wyodrębnienie dwóch płaszczyzn obejmujących warunki konieczne (J – język matematyki i S – sprawność matematyczna) oraz sprzyjające (W – wyobraźnia przestrzenna, T – twórczość matematyczna, E – elegancja matematyczna). Obszar J (język) obejmuje zrozumienie i interpretację tekstu matematycznego oraz przekazywanie myśli własnych za pomocą matematycznych pojęć, wzorów i formuł, obszar S (sprawność) odnosi się przede wszystkim do wiedzy i umiejętności matematycznych niezbędnych podczas rozwiązywania zadań natury teoretycznej lub praktycznej. Obszar W (wyobraźnia) związany jest ze zdolnością do wytwarzania wyobrażeń obrazowych, werbalnych i logicznych łączących się z obiektami matematycznymi oraz z możliwością manipulowania tymi wyobrażeniami. Obszar T (twórczość) uwzględnia zdolności twórcze ujawniane w obszarze matematyki rozumiane w kategoriach J.P. Guilforda[11] i K.K. Urbana[12], które dokonują się na poziomie płynnym lub skrystalizowanym[13], z uwzględnieniem twórczości mini-t[14] rozumianej jako „aktywność rozwojowa, bez której w późniejszym okresie nie może być mowy o twórczości codziennej i wybitnej”[15]. Obszar E związany jest z umiejętnością dokonania wyboru eleganckiej drogi podczas prowadzonego rozumowania matematycznego[16].

[10] W. Limont, *Uczeń zdolny. Jak go rozpoznać i jak z nim pracować,* GWP, Sopot 2010, s. 50.

[11] J.P. Guilford, *Natura inteligencji człowieka*, przekł. B. Czarniawska, W. Kozłowski, J. Radzicki, PWN, Warszawa 1978.

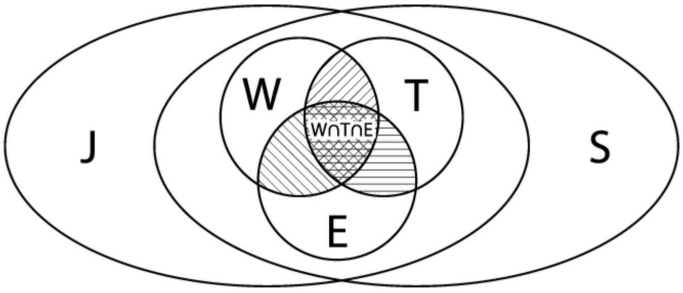
[12] K.K. Urban, *Recent trends in creativity research and theory in Western Europe*, European Journal of High Ability 1/1990, s. 99–113.

[13] E. Nęcka, *Psychologia twórczości*, GWP, Gdańsk 2001, s. 218.

[14] J.C. Kaufman, R.A. Beghetto, *Beyond big and little: The four C model of creativity*, Review of General Psychology 13,1, 2009, s. 1–12.

[15] W. Limont, *Pedagogika twórczości, czyli edukacja ku twórczości*, w: B. Śliwerski, *Pedagogika. Podręcznik akademicki. Subdyscypliny i dziedziny wiedzy o edukacji*, t. 4, GWP, Gdańsk 2010.

[16] M. Aigner, *Die pure Eleganz der Mathematik*, s. 11–15.



Rys. 1. Model kultury matematycznej ucznia

Ucznia charakteryzującego się wysoką kulturą matematyczną wyróżnia pewnego rodzaju zaradność uwarunkowana umiejętnością logicznego rozumowania, wnioskowania, dostrzegania obiektów i prawidłowości matematycznych wokół siebie. Uczeń taki ma dobrze ukształtowany język matematyki na poziomie komunikacji dwustronnej, co pozwala mu dobrze komunikować swoje pomysły, pytania, hipotezy oraz dobrze rozumieć opublikowane lub wypowiadane przez innych określenia, dowody, przykłady. Ponadto ma rozwiniętą wyobraźnię przestrzenną, wyróżnia się pomysłami o charakterze twórczym, a jego rozumowanie charakteryzuje swoista elegancja.

> Zdefiniowanie eleganckiego rozwiązania zadania matematycznego jest znacznie trudniejsze od stwierdzenia czy dana praca do eleganckich należy. Niezależnie od poprawności wyniku, przy rozważaniu elegancji rozwiązania zadań liczy się pomysł oraz świadomość możliwości i sensu dokonanego wyboru. Strategia rozwiązywania problemu matematycznego będzie elegancką, gdy zostanie ona uznana za taką, gdy ktoś ją doceni i uszanuje, nada status. Rozwiązanie eleganckie charakteryzuje się prostotą rozumowania ujmującą rozwiązanie w całości rozumiane jako jednolitą strukturę, nie zaś sumę poszczególnych jego części (podobnie jak w psychologii postaci). Eleganckie rozwiązanie przypomina dobrą figurę (w języku Gestalt), która łączy prostotę, symetrię i regularność, które ujmuje swą estetyką poznawczą[17].

[17] M. Makiewicz, *O fotografii w edukacji matematycznej. Jak kształcić kulturę ma-*

2. Fotografia dla edukacji

> Obiektywizm fotografii nadaje obrazowi siłę wiarygodności, nieistniejącą w innych utworach plastycznych. Nasz umysł krytyczny może nam podsunąć różne zastrzeżenia, lecz musimy wierzyć w istnienie przedmiotu przedstawionego na fotografii, to znaczy obecnego rzeczywiście w czasie i przestrzeni. Fotografia korzysta z tego, że realność przedmiotu przenosi się na jego reprodukcję[18].

Powszechność skrótowego i obrazowego przekazywania informacji (QR-kody, MMS-y, memy, plakaty itp.), dostępność aparatów fotograficznych w smartfonach, automatach w miejscach publicznych, gadżetach reklamowych skłania do refleksji pedagogicznej nad wykorzystaniem techniki *malowania światłem* w zagadnieniach natury społecznej[19], m.in. w procesie nauczania – uczenia się matematyki. Historia fotografii odnosi się do ostatnich 180 lat. Pierwszy pokaz zdjęcia Louisa Jacquesa Daguerre'a, który miał miejsce w roku 1839 przed Francuską Akademią Nauk, zapoczątkował nową erę rozwoju sztuk wizualnych.

> Wzorując się na idei kamera obscura, przy zastosowaniu odkryć związków światłoczułych, technik zapisu i utrwalania zaczęto na skalę masową rysować światłem to, co ważne, piękne, interesujące. Rozpoczęła się era przechowywania, za pomocą zdjęć, emocji i doświadczeń chwili, obrazów wydarzeń, a nawet raportów diagnostycznych[20].

Fotografię można uznać za rzemiosło wiernie odzwierciedlające obrazy, zatem dobrze spełniające potrzebę archiwizacji wydarzenia lub jego skutków, tezauryzacji wrażeń związanych z subiektywnym odczuciem piękna lub obiektywnym stwierdzeniem znaczenia obserwowanego zjawiska. Fotografujemy to, co jest dla nas ważne (przyjazd głowy państwa

tematyczną uczniów, KMDM US, Szczecin 2013, s. 52.

[18] A. Bazin, *Ontologia obrazu fotograficznego*, w: *Fotospołeczeństwo. Antologia tekstów z socjologii wizualnej*, red. M. Bogunia-Borowska, P. Stompka, Znak, Kraków 2012, s. 424–425.

[19] A. Matuchniak-Krasuska, *Zarys socjologii sztuki Pierre'a Bourdieu*, Oficyna Naukowa, Warszawa 2010, s. 111.

[20] M. Makiewicz, *Matematyka w obiektywie. Kultura matematyczna dla nauczycieli,* WN Uniwersytetu Szczecińskiego Szczecin 2010.

do rodzinnego miasta, pierwsze kroki niemowlęcia czy siatkę przewodów podtynkowych na budowie domu), piękne (rośliny, zwierzęta, dzieła sztuki), użyteczne (rozkład jazdy autobusów, paragon sklepowy, ślady kolizji samochodowej). Fotografia niesie z sobą potężny ładunek informacyjny, którego odczytanie uzależnione jest od dotychczasowej wiedzy odbiorcy (obserwatora), jego uwagi, wrażliwości oraz umiejętności interpretacyjnych. Płaski, nieruchomy obraz fotograficzny zatrzymuje, a czasami ułatwia spostrzeżenie prawidłowości – np. obserwacja fotografii podciągów mostu wantowego (fot. 1) skłonić może do sformułowania twierdzenia o równych odległościach punktów symetrycznych odcinka od punktów na jego symetralnej.

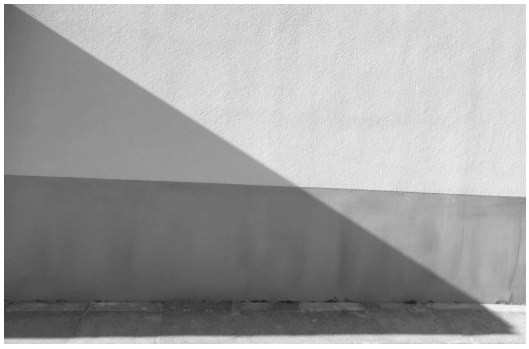
Fot. 1. Autorka: Joanna Lebioda, Międzynarodowy Konkurs Fotograficzny „Matematyka w obiektywie"

Fotografia rozumiana jest również jako symboliczny ekwiwalent znaków natury lub dzieł człowieka. „Takie rozumienie opiera się na symbolicznym i medialnym komunikowaniu doświadczeń estetycznych widza obejmujących jego doświadczenia, uczucia, a nawet podświadomość"[21]. Komunikowanie to tworzy swoisty język fotografii, który okazuje się doskonałym narzędziem dydaktycznym w edukacji matematycznej wszystkich poziomów nauczania. August Sander w emitowanym przez radio w roku 1931 wykładzie „Fotografia jako uniwersalny język" przedstawił globalny sens komunikacji wizualnej. Dał początek zastosowaniom społecznym, w szczególności edukacyjnym fotografii „...odpowiednie użycie środków fotograficznych może powołać do życia liberalną, oświeconą,

[21] B. Stiegler, *Obrazy w fotografii. Album metafor fotograficznych*, Universitas, Kraków 2009, s. 72.

a nawet krytyczną pedagogikę”[22]. Słowa Sandera można traktować jako zachętę do przybliżenia uczniom pojęć matematycznych, np. wykresów funkcji trygonometrycznych (fot. 2) i prawidłowości, np. twierdzenia Talesa (fot. 3) oraz kształtowania umiejętności matematycznego wnioskowania – np. podczas interpretacji fotografii „Funkcja malejąca” (fot. 4), jak również do wyrażania własnych wyobrażeń związanych z obiektami matematycznymi (np. kąta pełnego) za pomocą metafor fotograficznych (fot. 5).

Fot. 2. Autor: Andrzej Śliwiński, Międzynarodowy Konkurs Fotograficzny „Matematyka w obiektywie”



Fot. 3. Autorka: Małgorzata Głąb-Likus, Międzynarodowy Konkurs Fotograficzny „Matematyka w obiektywie”

[22] A. Sekula, *Społeczne użycia fotografii*, Wydawnictwa Uniwersytetu Warszawskiego, Warszawa 2010, s. 82.

Fot. 4. Autorka: Małgorzata Kempa, Międzynarodowy Konkurs Fotograficzny „Matematyka w obiektywie"

Fot. 5. Autorka: Nadia Fedder, Międzynarodowy Konkurs Fotograficzny „Matematyka w obiektywie"

3. Interioryzacja i eksterioryzacja na drodze do matematycznego poznania

Koncepcja dydaktyczna zwana **fotoedukacją matematyczną**, opiera się na poznawczej koncepcji człowieka[23], w myśl której uczeń tworzy własne struktury poznawcze, wychodząc poza informacje dostarczone z zewnątrz, dąży do osiągnięcia wyższych poziomów ogólności poprzez stopniowe odrywanie się od konkretu otaczających go przedmiotów.

Fotografia rozumiana jest szerzej niż standardowa odbitka czy wydruk na papierze. W dalszej części rozważań fotografię identyfikuję z ideą, sztuką, działaniem i techniką wyrażenia autorskiego pomysłu.

[23] J. Kozielecki, *Koncepcje psychologiczne człowieka*, PIW, Warszawa 1976.

Podczas opracowania koncepcji nauczania matematyki w oparciu o fotografię, uwzględniono kompromis pomiędzy poznaniem bezpośrednim a zapośredniczoną percepcją[24], zgodnie z trzema zasadniczymi trybami doświadczania rzeczywistości (enaktywnym, ikonicznym i symbolicznym) Jerome'a Brunera. Zastosowane w koncepcji obrazy dostarczają uczniowi struktur prekonceptualnych i wspomagają podążanie w stronę rekonstrukcji klas pojęciowych już na poziomie przedoperacyjnym[25]. Fotoedukacja obejmuje zespół wszystkich działań uczniów i nauczycieli ukierunkowanych na: czytanie fotografii, ich interpretowanie oraz komentowanie przynoszące nowe pytania, hipotezy, zadania, problemy lub na aktywność, której źródłem jest postawienie problemu bazującego na wiedzy dotychczasowej oraz dążenie do fotograficznej wizualizacji wzbogaconej o porządkowanie, klasyfikowanie i nazywanie.

Proces interioryzacji w fotoedukacji prowadzi od czynności konkretnych do czynności wyobrażeniowych i obejmuje cztery poziomy zachowań uczniów oraz cztery interwencje nauczyciela. *Czytanie fotografii* poprzedza elementarna aktywność nauczyciela (N-0) związana ze zorganizowaniem sytuacji dydaktycznej, w której następuje zainteresowanie ucznia i zainicjowanie fotoedukacji. W pierwszej chwili czytanie obejmuje proces wodzenia wzrokiem po dominantach obrazu. „Samo oko dokonuje wnioskowań o świecie[26] – jak wskazuje Jakub Bronowski. Jest to odczytanie na poziomie konkretnym, pozbawionym abstrakcyjnych nazw, metafor, bez ujawnienia związków i zależności. Rekonstrukcja formalnej kompozycji obrazu fotograficznego, jak pisze Ralf Bohnsack, „powinna wytworzyć pierwszoplanowe ramy jego interpretacji"[27]. Rola nauczyciela na poziomie odczytania zdjęcia (N-1) polega na zorganizowaniu pola spostrzeżeniowego, na interwencji polegającej na nadaniu kierunku in-

[24] J. van Dijk, *Społeczne aspekty nowych mediów. Analiza społeczeństwa sieci*, przekł. J. Konieczny, WN PWN, Warszawa 2010, s. 295.

[25] J.Bruner, *Kultura edukacji*, przekł. T. Brzostowska-Tereszkiewicz. Universitas. Kraków 2010, s. 214–216.

[26] J. Bronowski, *Źródła wiedzy i wyobraźni*, przekł. S. Amsterdamski, PIW, Warszawa 1984, s. 134.

[27] R. Bohnsack, *Dokumentarna interpretacja obrazu – w stronę rekonstrukcji ikonicznych zasobów wiedzy*, w: S. Krzychała (red.), *Społeczne przestrzenie doświadczenia – metoda interpretacji dokumentarnej*, Wydawnictwo Naukowe DSWE, Wrocław 2004.

terpretacyjnego w stronę wiedzy. Uczeń wkracza na poziom, na którym zaczyna dostrzegać i nazywać obiekty matematyczne przedstawione w fotograficznej reprezentacji i kieruje się od interpretacji realistycznej w stronę interpretacji formalnej. W kontekście dydaktycznego zastosowania fotografii określenie *jej interpretowania* rozumieć należy szeroko: jako analizowanie treści przez formalne reprezentacje obiektów matematycznych, a *komentowania* – jako uchwycenia związków i relacji między pojęciami i próbę doświadczenia unikalnego języka fotografii. Z jednej strony wszystkie odwołania do fotografii „mają charakter zewnętrzny," z drugiej zaś, „to, co przedstawione przywołuje to, co nieprzedstawione," pobudzając naszą wyobraźnię, kierunkując myśli i odczucia. Podobnie jak w koncepcji Erwina Panowsy'ego w procesie czytania fotografii można doszukać się wątków *immanentnych* i *domentarnych* rozgraniczając pierwotny i wtórny poziom obrazu,[28]. Każdy obraz możemy czytać za pomocą spojrzenia rozpoznającego, ale również spojrzenia widzącego. Widzenie to dla Piotra Sztompki „bierna rejestracja wrażeń wizualnych, które przepływają przed nami w niezwykłej mnogości i różnorodności w toku życia codziennego. Patrzenie to intencjonalne, aktywne i selektywne poszukiwanie znaczących, ważnych doświadczeń wizualnych"[29]. Rolą nauczyciela jest nauczyć rozumnego patrzenia.

Kolejna interwencja nauczyciela (N-2) polega na zadawaniu pytań naprowadzających w stylu klasycznej heurezy sokratejskiej. „Dobre pytania to te, które stawiają problemy, wywracają oczywiste lub kanoniczne „prawdy", wymuszają zwrócenie naszej uwagi na niezgodności"[30]. Prowadzi to do komentowania, w skład którego wchodzi własne nazywanie obiektów, zestawianie tych nazw z podpisami lub opisami zdjęć, podjęcie dyskusji. Interwencja nauczyciela na najwyższym poziomie (N-3) to stymulowanie ucznia do dostrzeżenia, sformułowania i komentowania problemów. Na tym poziomie pojawić się mogą trudności zwią-

[28] K. Zdanowicz-Kucharczyk, *Fotografia oknem na świat społeczny*, w: H. Kędzierska (red.), *Jakościowe inspiracje w badaniach edukacyjnych*, WN UWM, Olsztyn 2010.

[29] P. Stompka, *Wyobraźnia wizualna i socjologia*, w: *Fotospołeczeństwo. Antologia tekstów z socjologii wizualnej*, (red.), M. Bogunia-Borowska, P. Stompka, Znak, Kraków 2012, s. 28.

[30] J. Bruner, *Kultura edukacji*, przekł. T. Brzostowska-Tereszkiewicz, Universitas, Kraków 2006, s. 177.

zane z podjęciem przez uczniów aktywności twórczej. Dochodzi bowiem do tzw. *sytuacji semiotycznej*, która prowokuje ujmowanie całościowego systemu *obrazowania*[31]. Interwencje nauczyciela, nazwane przez Edytę Gruszczyk-Kolczyńską, w kontekście wspierania w rozwoju i edukacji małych dzieci uzdolnionych matematycznie, otulaniem dobrymi emocjami[32] są w tym momencie wskazane, gdyż na tym etapie może dojść, choć nie musi, do pełnego rozwiązania stawianych problemów.

Fotoedukacja matematyczna korzystnie wpływa przede wszystkim na ułatwienie pokonania trudności w przejściu od konkretu do abstrakcyjnych pojęć matematyki.

> Jest niezmiernie ważne, aby dziecko ucząc się matematyki próbowało samodzielnie pokonać napotkane trudności. Jeśli tak się dzieje – to są trudności zwyczajne i przeżywają je wszystkie dzieci w procesie uczenia się matematyki. (...) Niezrozumienie matematycznego sensu wypowiedzi, brak dostrzegania prawidłowości pomiędzy liczbami związane są ze specyficznymi trudnościami w nauczaniu matematyki[33].

> Dlatego uczniowie są zachęcani do podjęcia aktywności własnej. Pojęcia matematyczne mają charakter operatywny, są wynikiem abstrakcji odczynnościowej, a które możemy traktować jako schematy wykonywania określonych operacji według ustalonego we własnym zakresie przepisu[34].

> Abstrakcja... nie stanowi ukoronowania nieprzerwanego ciągu uprzednich czynności konkretnych. Prawdziwą przyczyną niepowodzeń w dziedzinie kształcenia formalnego jest fakt, że rozpoczyna się je od języka (towarzyszy mu rysunek, działanie fikcyjne lub opowiadanie o nim itd.) zamiast od rzeczywi-

[31] B. Lewandowska-Tomaszczyk, *Kategorie obrazowania i reprezentacja rzeczywistości*, w: A. Kwiatkowska, J. Jarniewicz (red.), *Między obrazem a tekstem*, WUŁ, Łódź 2009, s. 22.

[32] E. Gruszczyk-Kolczyńska (red.), *O dzieciach matematycznie uzdolnionych. Książka dla rodziców i nauczycieli*, Nowa Era, Warszawa 2012, s. 128–130.

[33] E. Gruszczyk-Kolczyńska, *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki*, WSiP, Warszawa 1994.

[34] J. Piaget, *Studia z psychologii dziecka*, przekł. T. Kołakowska, PZWS, Warszawa 1966.

> stej, konkretnej działalności. Nauczanie matematyki powinno być przygotowane począwszy od przedszkola, przez szereg manipulacji, odnoszących się do zbiorów, do liczb, do pojęcia długości i powierzchni itd.[35].

Aktywność jest własnością każdego człowieka, ale jej forma zależy od aktualnego poziomu rozwoju.

> Dziecko przechodzi stopniowo od aktywności fizycznej, tj. czynności na przedmiotach materialnych, do aktywności wyobrażeniowej, a następnie do aktywności typu logiczno-matematycznego, której wyrazem jest możliwość przeprowadzania przez nie operacji, czyli odwracalnych czynności umysłowych[36].

Fotografia, którą uczeń otrzymuje, czyta i interpretuje, inicjuje poważne zmiany w sposobie dostrzegania i stawiania problemów[37]. Podobnie jak komputer, fotografia nie należy do klasycznych środków dydaktycznych, jest czymś więcej: jednocześnie środkiem matematyzacji i interpretacji.

> W przeciwieństwie do interioryzacji, oddającej pierwszeństwo działań konkretnych (manipulacji) na przedmiotach materialnych lub ich reprezentacjach obrazowych i symbolicznych nad działaniami w płaszczyźnie wyobrażeniowej, a następnie w słowno-pojęciowej, dziecko posiada jednocześnie zdolność uzewnętrzniania (eksterioryzacji) znaków ikonicznych lub symboli słownych w działalności praktycznej lub zabawie[38].

Dlatego koncepcja fotoedukacji oferuje również drugą drogę prowadzącą do matematycznego poznania, polegającą na przejściu od tego, co pomyślane, do tego, co zobaczone. Droga ta rozpoczyna się na lekcji matematyki, podczas której nauczyciel, bazując na dotychczasowej

[35] J. Piaget, *Dokąd zmierza edukacja*, przekł. M. Domańska, PWN, Warszawa 1977, s. 87.

[36] J. Piaget, *Narodziny inteligencji dziecka*, przekł. M. Przetacznikowa, PWN, Warszawa 1966, s. 565.

[37] por. M. Tanaś, *Edukacyjne zastosowania komputerów*, Żak, Warszawa 1997, s, 15.

[38] M. Przetacznik-Gierowska, *Świat dziecka. Aktywność – Poznanie – Środowisko*, UJ, Kraków 1993.

wiedzy matematycznej uczniów, organizuje dyskusję na temat poznanych obiektów matematycznych lub ich własności. Jest to podstawowa interwencja nauczyciela N'-1, której zadaniem jest stworzenie sytuacji problemowej i ukierunkowanie uczniów w stronę formułowania problemów dotyczących wizualizacji omawianych wcześniej pojęć i twierdzeń. Kolejnym etapem zastosowania fotografii w procesie eksterioryzacji jest poszukiwanie przez uczniów fotograficznych asocjacji podczas zorganizowanej przez nauczyciela aktywności – N'-2 (np. wycieczki szkolnej, zadania domowego, konkursu fotograficznego). Zadanie postawione przed uczniami polega na samodzielnym dostrzeganiu w otaczającym świecie (w naturze i w dziełach rąk i umysłu ludzkiego) modeli abstrakcyjnych pojęć, które były wcześniej poznane na lekcjach. Interwencja nauczyciela w tym momencie N'-3 polega na wspieraniu pomysłowości uczniów, zachęcaniu do rozwiązania problemu (wizualizacji) na wiele różnych sposobów, oryginalnego ujęcia tematu, dopracowanie idei własnej oraz efektywnego wykonania fotografii.

Obydwa procesy: matematyzacja polegająca na przejściu od konkretu do idei na drodze interioryzacji oraz wizualizacja problemów abstrakcyjnych za pomocą fotograficznej metafory mają w fotoedukacji charakter równorzędny. Istotą przedstawianej koncepcji jest wzajemne przeplatanie się obu procesów. Końcowy etap wizualizacji (wykonana fotografia) staje się źródłem nowego cyklu interioryzacji. Rozwój poznawczy ucznia zostaje wsparty na dwóch filarach: asymilacji i akomodacji. W wyniku połączenia obu procesów, zorganizowanego przez nauczyciela jako interwencja N'-0 uczniowie matematyzują obraz wytworzony samodzielnie. Tym razem przejście od obiektu widzialnego do idei podnosi wiedzę dziecka na poziom konstruowanej sieci poznawczej.

Fotoedukacja obejmuje zespół przemyślanych i zaplanowanych działań nauczyciela i jego uczniów, ukierunkowany na kształcenie matematyczne za pomocą fotografii w toku interioryzacji i eksterioryzacji. Fotoedukacja ogniskuje się głównie na wartościach poznawczych, estetycznych, twórczych, a jej zamierzone efekty osiągane są na różnych dro-

gach aktywności uczniów i ich nauczycieli: od czytania[39] (rozumnego doświadczania) fotografii wykonanych przez inne osoby (obserwowanie obrazów fotograficznych, rozumienie ich podpisów, opisów i interpretacji autorskich) przez interpretowanie i komentowanie własne do twórczego stawiania problemów, lub od aktywności polegającej na postawieniu problemu w oparciu o dotychczasową wiedzę, samodzielnym wykonywaniu fotografii w celu wizualizacji tych problemów, klasyfikowaniu, nazywaniu i przygotowywaniu komentarzy po stawianie nowych problemów.

Dzięki uwzględnieniu różnych sposobów osiągnięcia zakładanych celów fotoedukacja matematyczna redukuje potencjalne niebezpieczeństwo „uprzedniego zaprogramowania percepcji i doświadczenia do jakiego dochodzić może podczas korzystania z mediów”[40].

Działania uczniów i nauczyciela podczas fotoedukacji nie mają charakteru realizacji algorytmu i nie są zaprogramowane. Stanowią naprowadzenie, raczej propozycję aktywności, która rozszerza pole działania na terytorium tradycyjnie zarezerwowane dla sztuki. Zasadniczym filarem fotoedukacji matematycznej jest aktywność twórcza ucznia i nauczyciela, której rezultatem jest zbudowany schemat poznawczy.

Zakończenie

Podczas zarysowanej fotoedukacji stosujemy wszystkie formy pracy: indywidualną (np. samodzielne komentowanie zdjęć, rozwiązywanie zadań na bazie fotografii, wykonywanie zdjęć), grupową (np. długoterminowe prace projektowe nastawione na poszukiwanie matematyki w sztuce czy analizę cieni rzucanych przez różne przedmioty na powierzchnię płaską) i zbiorową (np. klasową wycieczkę w celu poszukiwania matematycznych prawidłowości wokół szkoły lub ilustrowaną fotografiami pogadankę na temat podobieństwa). Fotoedukacja zachęca do narzędziowego traktowania klasycznych metod nauczania z zachowaniem równowagi pomiędzy metodami opartymi na obserwowaniu, działaniu i metodami werbalnymi.

W kontekście modelu nauczania fotoedukacja preferuje tok poszuku-

[39] I. Jeffrey, *Jak czytać fotografię. Lekcje mistrzów*, przekł. J. Jedliński, Universitas, Kraków 2009.

[40] J. van Dijk, *Społeczne aspekty nowych mediów. Analiza społeczeństwa sieci,* przekł. J. Konieczny, WN PWN, Warszawa 2010, s. 293.

jący polegający na dostrzeganiu, formułowaniu i rozwiązywaniu przez uczniów problemów natury matematycznej w oparciu o fotografie cudze i własne. Nie wyklucza się zastosowania fotografii do ilustrowania bloków podających na lekcji (np. poprzez ilustrowanie wykładu na temat złotego podziału odcinka), ale główne założenia fotoedukacji osadzone są w kognitywistycznym dążeniu do poznania otaczającego świata oraz zrozumienia sensu napotkanych zjawisk. Przy wykorzystaniu grupowej formy organizacyjnej dodatkowo mamy okazję uczyć współpracy, odpowiedzialności wobec członków grupy, obowiązkowości, przewidywania i planowania pracy. Czynności i operacje praktyczne są genetycznie pierwotne w stosunku do procesów psychicznych i są źródłem kształtowania się wszelkich obrazów psychicznych oraz operacji intelektualnych. Przejście od jednych do drugich dokonuje się na drodze interioryzacji działań praktycznych i wyraża się w stopniowych zmianach form czynności oraz obiektów, na których są one dokonywane[41].

Rozmiar niniejszej publikacji nie pozwala na zamieszczenie konkretnych przykładów scenariuszy lekcji z zastosowaniem fotoedukacji. Koncepcja została pozytywnie zweryfikowana eksperymentalnie. Uzyskane rezultaty potwierdziły pozytywny wpływ stosowanej w klasach gimnazjalnych fotoedukacji na wszystkie składniki kultury matematycznej ucznia.

Literatura

A i g n e r M.: 2003, *Die pure Eleganz der Mathematik,* Gegenworte. Hefte für den Disput über Wissen. Greznen der Wisseschaft 12.

B a z i n A.: 2012, *Ontologia obrazu fotograficznego*, w: *Fotospołeczeństwo. Antologia tekstów z socjologii wizualnej*, (red.), M. Boguna-Borowska, P. Stompka, Wydawnictwo Znak, Kraków.

B o h n s a c k R.: 2004, *Dokumentarna interpretacja obrazu w stronę rekonstrukcji ikonicznych zasobów wiedzy*, w: S. Krzychała (red.), *Społeczne przestrzenie doświadczenie – metoda interpretacji dokumentarnej*, Wydawnictwo Naukowe DSWE, Wrocław.

B r o n o w s k i J.: 1984, *Źródła wiedzy i wyobraźni*, przekł. S. Am-

[41] Cackowska M., *Koncepcja nauczania czynnościowego i możliwości jej realizacji na szczeblu nauki początkowej*, w: *„Życie Szkoły”* 1985, nr 9, s. 439

sterdamski, PIW, Warszawa.

B r u n e r J.: 2006, *Kultura edukacji,* przekł. T. Brzostowska-Tereszkiewicz, Universitas, Kraków.

C a c k o w s k a M.: 1985, *Koncepcja nauczania czynnościowego i możliwości jej realizacji na szczeblu nauki początkowej*, w: „Życie Szkoły" nr 9, s. 439.

C i e s i e l s k i K., P o g o d a Z.: 2013, *Królowa bez Nobla. Rozmowy o matematyce*, Demart, Warszawa.

v a n D i j k J.: 2010, *Społeczne aspekty nowych mediów. Analiza społeczeństwa sieci*, przekł. J. Konieczny, WN PWN, Warszawa.

G u i l f o r d J.P.: 1978, *Natura inteligencji człowieka*, przekł. B. Czarniawska, W. Kozłowski, J, Radzicki, PWN, Warszawa.

G r u s z c z y k - K o l c z y ń s k a E.: 1994, *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki,* WSiP, Warszawa.

G r u s z c z y k - K o l c z y ń s k a E.: 2012, (red.), *O dzieciach matematycznie uzdolnionych. Książka dla rodziców i nauczycieli*, Nowa Era, Warszawa.

J e f f r e y I.: 2009, *Jak czytać fotografię. Lekcje mistrzów,* przekł. J. Jedliński, Universitas, Kraków.

K a u f m a n J.C., B e g h e t t o R.A., *Beyond big and little: The four C model of creativity*, Review of General Psychology, 13,1.

K o t a r b i ń s k i T.: 1970, *Logika jako szkolny przedmiot pomocniczy*, Studia Logika, XXVI.

K o z i e l e c k i J.: 1976, *Koncepcje psychologiczne człowieka*, PIW, Warszawa.

K u r i n a F.: 1991, *Kultura matematyczna nauczyciela matematyki*, w: *Matematyka. Społeczeństwo. Nauczanie*, nr 6.

L e w a n d o w s k a - T o m a s z c z y k B.: 2009, *Kategorie obrazowania i reprezentacja rzeczywistości*, w: A. Kwiatkowska, J. Jarniewicz (red.), *Między obrazem a tekstem*, WUŁ, Łódź.

L i m o n t W.: 2010, *Pedagogika twórczości, czyli edukacja ku twórczości,* w: B. Śliwerski, *Pedagogika. Podręcznik akademicki. Subdyscypliny i dziedziny wiedzy o edukacji*, Tom 4, GWP, Gdańsk.

L i m o n t W.: 2010, *Uczeń zdolny. Jak go rozpoznać i jak z nim pracować*, GWP, Sopot.

M a k i e w i c z M.: 2011, *Elementy kultury matematycznej w fotografii,* KMDM US, Szczecin.

M a k i e w i c z M.: 2010, *Matematyka w obiektywie. Kultura matematyczna dla nauczycieli,* WN US, Szczecin.

M a k i e w i c z M.: 2013, *O fotografii w edukacji matematycznej. Jak kształcić kulturę matematyczną uczniów*, KMDM US, Szczecin.

M a t u c h n i a k - K r a s u s k a A.: 2010, Z*arys socjologii sztuki Pierr'a Bourdieu*, Oficyna Naukowa, Warszawa.

N ę c k a E.: 2001, *Psychologia twórczości*, GWP, Gdańsk.

P i a g e t J.: 1966, *Studia z psychologii dziecka*, przekł. T. Kołakowska, PZWS, Warszawa.

P i a g e t J.: 1966, *Narodziny inteligencji dziecka*, przekł. M. Przetacznikowa, PWN, Warszawa.

P r z e t a c z n i k - G i e r o w s k a M.:1993, *Świat dziecka. Aktywność – Poznanie – Środowisko,* UJ, Kraków.

S e k u l a A.: 2010, *Społeczne użycia fotografii*, przekł. K. Pijarski, Wydawnictwa Uniwersytetu Warszawskiego, Warszawa.

S i w e k H.: 2005, *Dydaktyka matematyki. Teoria i zastosowania w matematyce szkolnej*, WSiP, Warszawa.

S t i e g l e r B.: 2009, *Obrazy w fotografii. Album metafor fotograficznych*, przekł. J. Czudec, Universitas, Kraków.

S t o m p k a P.: 2012, *Wyobraźnia wizualna i socjologia*, w: *Fotospołeczeństwo. Antologia tekstów z socjologii wizualnej*, M. Bogunia-Borowska, P. Stompka (red.), Znak, Kraków.

T a n a ś M., *Edukacyjne zastosowania komputerów*, Żak, Warszawa.

U r b a n K.K.: 1990, *Recent trends in creativity research and theory in Western Europe*, European Journal of High Ability 1.

Z d a n o w i c z - K u c h a r c z y k K.: 2010, *Fotografia oknem na świat społeczny*, w: H. Kędzierska (red.), *Jakościowe inspiracje w badaniach edukacyjnych*, WN UWM, Olsztyn.

From photography to mathematical culture. Foundations of the concept of mathematics teaching

Summary

Mathematical culture, which was built for ages on the foundations of Greek culture, does not relate to a certain technique, skill or the ability of using formal language in the process of proving and solving problems. What mathematical culture embraces is also creativity and ingenuity, appropriate understanding of certain ideas as well as perceiving beauty and the usefulness of this discipline at the same time. Also, the already mentioned mathematical culture consists in the ability of discerning some mathematical ideas, schemes and problems in the world that surrounds us.

Universal access to digital cameras and ability to obtain images almost immediately give rise to new opportunities in the education field as well. Mathematical photoeducation free transition between art and mathematics lies on the student's artistic sensitivity and on enlivening the student's cognitive expression in a space distant from the classroom. It utilizes the student's natural interest in observable natural phenomena and in man-made objects. This kind of creativity, which relies on independent uncovering or constructing of knowledge with the help of a photographic camera, opens the gates to an entirely new space of mathematical didactics, as it brings to students' awareness specific ways of association leading to accomplishment cognitive processes in relation to abstract mathematical objects.

This paper presents the foundations of the concept of teaching mathematics based on photography.