

Merytoryczne przygotowanie nauczyciela matematyki. Co to znaczy?

Agnieszka Demby

Instytut Matematyki, Wydział Matematyki, Fizyki i Informatyki
Uniwersytetu Gdańskiego
ademby@mat.ug.edu.pl

Streszczenie

W środowisku matematyków przygotowanie merytoryczne uważane jest za najważniejszy składnik kształcenia nauczyciela. Natomiast znaczna część środowisk pedagogicznych, mających wpływ na kształcenie nauczycieli, nie rozumie wagi i złożoności przedmiotowego przygotowania merytorycznego i ogromu związanych z nim problemów, uznając, że kluczowe są cechy osobowości nauczyciela, a dobre przygotowanie do zawodu to przede wszystkim znajomość współczesnych, uniwersalnych teorii dydaktycznych, zwłaszcza dotyczących twórczego podejścia do nauczania.

W pracy analizuje się pojęcie przygotowania merytorycznego i klasyfikuje się opinie o tym wyrażane przez matematyków: nauczycieli akademickich i nauczycieli w szkole, oraz opinie głoszone przez pedagogów. Analizuje się kwestię predyspozycji do zawodu nauczyciela matematyki oraz cytuje wnioski z badań kompetencji matematycznych przyszłych i czynnych nauczycieli (TEDS-M i inne). Podkreśla się potrzebę organizowania zajęć uzupełniających i pogłębiających umiejętności studentów w zakresie matematyki licealnej, zwłaszcza rozwiązywania trudnych zadań. Wskazuje się na możliwości oraz na ograniczenia (finansowe i prawne) skutecznego organizowania kształcenia przyszłych nauczycieli matematyki w realiach funkcjonowania uczelni wyższej.

1. Wprowadzenie

Czy nauczyciel matematyki powinien być przygotowany merytorycznie do zawodu? W środowisku matematyków, a więc w szczególności dydaktyków matematyki, nauczycieli matematyki oraz studentów matematyki odpowiedź na to pytanie jest jednoznaczna: tak, bardzo ważne jest solidne przygotowanie w zakresie matematyki. Jest to warunek konieczny, choć – jak większość uważa – niewystarczający do tego, by być dobrym nauczycielem matematyki. Wyraźne są natomiast spore rozbieżności dotyczące tego, co należy rozumieć przez przygotowanie merytoryczne do zawodu nauczyciela i jak to osiągnąć.

1.1. Opinie typu: „Na pierwszym miejscu jest wykształcenie matematyczne”

Tak zdecydowanie twierdzi na temat przygotowywania przyszłego nauczyciela matematyki Stefan Turnau (2003: 231). Przypomina przy tym dwie skrajne interpretacje tego postulatu:

- Maksymaliści uważają, że każdy nauczyciel matematyki musi mieć za sobą standardowe nowoczesne studia matematyczne; jest to zarazem wystarczające wykształcenie w zawodzie nauczyciela.
- Minimaliści (jeżeli jeszcze dzisiaj tacy są i nie wstydzą się do tego przyznać) twierdzą, że nauczyciel powinien dobrze znać materiał, którego uczy, i to mu w zupełności wystarcza.

S. Turnau zwraca uwagę na następujące dwa ważne aspekty przygotowania merytorycznego:

- Konieczność właściwego rozumienia, na czym polega istota metody matematycznej; tu przytacza opinię Zofii Krygowskiej (1965; cytowane za (Turnau, 2003: 233)), aby nie uważać za normalne faktu, że

absolwent – nauczyciel – po pięcioletnich studiach matematyki, w toku których zapoznał się z setkami definicji, twierdzeń i dowodów, nie odróżnia definicji od twierdzenia¹(...), stosując twierdzenie nie uwzględnia jego założeń.

- Nauczyciel matematyki powinien mieć dobre uniwersyteckie wykształcenie matematyczne, lecz inne niż matematycy zajmujący się matematyką akademicką lub zastosowaniami matematyki; tu wskazuje np. na potrzebę aktywności, takich jak: a) bezpośrednio badanie fizycznych reprezentacji obiektów geometrycznych na płaszczyźnie i sferze zamiast formalnego kursu geometrii, b) ćwiczenia w laboratorium komputerowym, służące do pogłębienia rozumienia pojęć analizy matematycznej (podaje przykłady gotowych pro-

¹Komuś, kto takie stawianie sprawy uzna za przesadne, warto przypomnieć wyniki badań Mirosława Dąbrowskiego (1990), wskazujące na poważne kłopoty z rozumieniem metody matematycznej na poziomie liceum u wielu studentów III roku specjalności nauczycielskiej matematyki na Uniwersytecie Warszawskim.

pozycji zagranicznych projektów dydaktycznych, obejmujących również takie elementy merytorycznego kształcenia nauczycieli matematyki).

Problem niedostatecznego przygotowania merytorycznego absolwenta uczelni wyższej do zawodu nauczyciela matematyki poruszany był stale w dyskusjach prowadzonych w środowisku matematyków. W szczególności zwracano uwagę na istotne luki w znajomości materiału tradycyjnie uważanego za szkolny. Maria Korcz (2010) twierdzi, że sytuacja stała się wręcz dramatyczna po reformach szkolnych z lat dziewięćdziesiątych ubiegłego stulecia, gdyż nie wiązało się to z odpowiednimi zmianami w kształceniu nauczycieli w uczelniach wyższych. Pisze ona (Korcz, 2010: 208):

Zasób wiedzy matematycznej obecnych absolwentów szkół średnich jest mniejszy aniżeli jeszcze kilka lub kilkanaście lat temu. (...) Pewne uczelnie proponują przedmioty pomocowe, jednak w wielu innych problem ten nie jest dostrzegany. (...) Problem ten jest szczególnie dotkliwy w przypadku przyszłych nauczycieli. Nie rekrutują się oni na ogół z tych wybitnych studentów, którzy poradzą sobie na studiach tak czy inaczej. Na ogół są średni. Student, który ma już na starcie ogromne zaległości, który ledwie rozumie, co się mówi na wykładach z matematyki, próbuje, jeśli jest pilny, radzić sobie, ucząc się na pamięć. W efekcie część absolwentów matematyki tak naprawdę nie ma pojęcia o matematyce – dla nich jest to tylko zbiór twierdzeń, definicji, dowodów i regulek, których trzeba się wyuczyć. Wielu takich studentów kończy studia matematyczne”.

Pokazuje ona przekonująco, jak zmiany w nauczaniu matematyki w szkołach wpłynęły na losy przyszłych nauczycieli matematyki, a w konsekwencji na jakość ich wykształcenia.

- Problem „na wejściu”: studenci I roku nie mają odpowiedniej wiedzy i umiejętności, by skutecznie uczyć się matematyki przedstawianej im na zajęciach uniwersyteckich w sposób niedostosowany do ich potrzeb i możliwości.
- Problem „na wyjściu”: „(...) wiąże się ze zmianą roli nauczyciela. Nie ma to być osoba, która przekazuje wiedzę, lecz ma być

animatorem twórczości uczniów. Ktoś, kto nie miał żadnych doświadczeń, jeżeli chodzi o własną twórczość matematyczną, kto nigdy nie próbował rozwiązywać nieschematycznych zadań, uczył się wprowadzić dowodów, ale nie dowodził twierdzeń, nie jest w stanie wspierać aktywności uczniów”.

1.2. Opinie typu: „Wiedza przedmiotowa? Nie, że zupełnie wyrzucić, ale gdzieś w tyle”

Takie skrajnie odmienne stanowisko w sprawie wagi przygotowania merytorycznego nauczyciela pochodzi ze wstępu do obszernego raportu (Zofia Grudzińska (red.), 2017: 8) z tzw. „debat gwiazdzistych”, ruchu pedagogicznego, zmierzającego do gruntownego zreformowania kształcenia nauczycieli w Polsce. Na tej samej stronie raportu czytamy:

Wśród licznych wypowiedzi najczęstsze i artykułowane z największym naciskiem były głosy dotyczące fundamentalnych cech człowieka, który zechce poświęcić życie nauczaniu innych. Podkreślano nawet *explicite*, że wiedza przedmiotowa ma drugorzędne znaczenie, a do zawodu należy typować kandydatów z pożądanymi cechami osobowości, względnie położyć nacisk na ich rozwijanie w trakcie studiów:

...jak mawiała profesor Rutkowska: ...po wielu latach, już na emeryturze dochodzę do wniosku, że cała ta nauka to nie jest takie bardzo ważne”. Lata spędzone na nauczaniu nauczycieli pokazały [jej], że najważniejsze jest to, by nauczyciel był ciekawy drugiego człowieka...

...też mi się wydaje, że miękkie kompetencje i relacyjność nauczyciela jest ważniejsza niż przedmiotowe nauczanie, które można sobie uzupełnić...

Jak widać, znaczna część środowisk mających wpływ na kształcenie nauczycieli nie rozumie wagi i złożoności przedmiotowego przygotowania merytorycznego i ogromu związanych z nim problemów. Niewątpliwie na prezentowane tam poglądy istotny wpływ musiał mieć fakt, że większość osób zabierających głos nie kształciła nigdy merytorycznie przyszłych nauczycieli, bądź kształciła jedynie przyszłych nauczycieli klas I–III i przedszkoli, uogólniając swe doświadczenia dotyczące edu-

kacji wczesnoszkolnej na całość edukacji szkolnej. Ujawniło się wyraźnie, że środowisko pedagogów w trakcie dyskusji i działań związanych z reformowaniem kształcenia nauczycieli lekceważy wręcz przygotowanie merytoryczne w zakresie nauczanego przedmiotu, uważa to za rzecz drugorzędną i łatwą do osiągnięcia. Spotykałam się z tym wielokrotnie podczas uczelnianych dyskusji z pedagogami na temat kształcenia nauczycieli, ale uderzyło mnie tak jasne określenie się w tym zakresie w opublikowanym na świeżo raporcie.

Środowisko to po raz kolejny dąży do zmniejszenia wpływu środowiska matematyków na kształcenie nauczycieli matematyki, postulując (Grudzińska (red.), 2017:71):

Utworzyć zespół składający się z przedstawicieli środowiska akademickiego w zakresie kształcenia nauczycieli i ekspertów edukacyjnych (również nauczycieli – praktyków, dyrektorów szkół i pracowników ośrodków doskonalenia nauczycieli) dla zbadania możliwości zmian w modelu kształcenia nauczycieli (a/ zlikwidowanie specjalizacji nauczycielskich na wydziałach ogólnych na rzecz kształcenia wszystkich nauczycieli na wydziałach pedagogicznych oferujących zajęcia przedmiotowe; b/ wprowadzenie trybu studiów pięcioletnich lub obligatoryjnych w modelu trzy + dwa z zasadą kontynuacji dla wszystkich kandydatów na nauczycieli).

W raporcie tym jest również wiele interesujących spostrzeżeń dotyczących mankamentów obecnego kształcenia nauczycieli i propozycji zmian. Jednakże przedstawione tam podejście do kształcenia merytorycznego *uważam za nieakceptowalne*.

Artykuł ten poświęcam analizie przygotowania merytorycznego przyszłego nauczyciela, bo podzielam powyższą opinię Turnaua, że dobry nauczyciel matematyki musi przede wszystkim być właściwie przygotowany w zakresie matematyki. Nie znaczy to natomiast, że nie doceniam innych ważnych części składowych przygotowania nauczyciela: dydaktycznego oraz psychologiczno-pedagogicznego, w tym przygotowania do roli wychowawcy powierzonych mu uczniów. Nie zajmuję się jednak tymi kwestiami w ramach tego artykułu, chyba że wiążą się nierozdzielnie z przygotowaniem merytorycznym.

2. Kształcenie nauczycieli w zakresie merytorycznym – typy opinii

Po zacytowaniu we wstępie kilku opublikowanych opinii różnych ekspertów, w tej części artykułu przedstawiam kilka typów nieformalnych opinii na temat tego, co jest ważne w kształceniu nauczycieli matematyki. Słyszałam je niejednokrotnie wśród nauczycieli akademickich kształcących przyszłych nauczycieli oraz samych nauczycieli matematyki. Poniżej przeformułuję możliwie obiektywnie zasłyszane opinie (wyróżniam je pogrubioną czcionką). Zebrane są w kontrastujące, ale zarazem w pewnym sensie komplementarne pary. Uzupełniam każdą taką parę swoją domyślną interpretacją intencji tych opinii. Do tego dodaję wyraźnie oddzielone moje komentarze. Zwracam przy tym szczególną uwagę na te aspekty cytowanych opinii, które odnoszą się do przygotowania merytorycznego przyszłego nauczyciela.

2.1. Opinie ograniczające się do zaakcentowania roli bądź właściwych predyspozycji, bądź umiejętności merytorycznych i późniejszego zbierania doświadczeń

2.1.1. Nauczycielem trzeba się urodzić [jest to opinia spotykana w różnych środowiskach, również wśród osób kształcących przyszłych nauczycieli]

Takie nastawienie w wersji skrajnej może nawet prowadzić do kwestionowania potrzeby organizowania zajęć przygotowujących do zawodu nauczyciela. Często jednak osobom wyrażającym taki pogląd chodzi jedynie o mocne podkreślenie tego, że bez specjalnych cech osobowościowych nie ma szans na bycie dobrym nauczycielem.

2.1.2. Wystarczy umieć matematykę, a potem zdobywać doświadczenie w szkole [jest to opinia wielu matematyków uniwersyteckich oraz niektórych nauczycieli, zwłaszcza tych, którzy pracują w szkole średniej]

Osoby tak się wypowiadające ubolewają nieraz nad tym, że z uwagi na przepisy o zatrudnianiu nauczycieli w szkole nie wystarczy sama znajomość matematyki, lecz trzeba, niestety, zdobyć jeszcze zaświadczenie o ukończeniu „stosownych kursów”. Uważają, że żadne specjalne przygotowanie do nauczania nie jest potrzebne, gdy kandydat „umie dobrze tłumaczyć” lub „ma do tego smykałkę”.

Komentarz: Opinie te – chociaż kontrastowo różne – łączy kwestionowanie sensowności i potrzeby organizowania specjalnego przygotowania do zawodu nauczyciela matematyki, a równocześnie wyjątkowo ogólne określenie tego, skąd się biorą dobrzy nauczyciele. W obu opiniach niekwestionowana jest potrzeba solidnego przygotowania merytorycznego. Na ogół, choć nie zawsze, przygotowanie to oznacza dobre opanowanie matematyki wykładanej na uczelni, w tym dziedzin zaawansowanych, uważanych za trudne (patrz też opinia 2.2.1).

Mimo nader ogólnych sformułowań, w opiniach tych dostrzec można również jeszcze dwa inne wątki: dostrzeganie potrzeby specjalnych predyspozycji do zawodu nauczyciela oraz świadomość tego, że praca nauczyciela wiąże się ze zbieraniem doświadczeń. Kwestią predyspozycji do zawodu nauczyciela zajmę się w końcowej części tego artykułu.

2.2. Opinie akcentujące potrzebę opierania kształcenia nauczycieli na solidnych podstawach naukowych, przez uczenie ich ogólnych teorii

2.2.1. Przede wszystkim trzeba uczyć przyszłych nauczycieli teorii matematycznych bardziej zaawansowanych niż matematyka szkolna [jest to opinia niektórych uniwersyteckich matematyków teoretyków; nie podziela tego poglądu wielu nauczycieli matematyki]

Wielu matematyków uważa, że przyszli nauczyciele matematyki powinni na studiach poznać kanon poważnej uniwersyteckiej matematyki; daje ona szerokie horyzonty, kształtuje logiczne myślenie i rozwija wyobraźnię. Na tym właśnie powinny polegać studia matematyczne, które ma ukończyć przyszły nauczyciel matematyki. „Zyska ogłade” i będzie należycie uczył matematyki w szkole. Skoro wymagane są też inne zajęcia przygotowujące do zawodu nauczyciela, to nie powinno to odbywać się kosztem matematyki, a więc należy na to przeznaczyć minimalną liczbę godzin. Zwracam uwagę, że napotkane przeze mnie osoby wyrażające takie przekonanie na ogół niezbyt wiedziały, na czym polega przygotowanie do zawodu nauczyciela, i nie były tym zainteresowane (co nie znaczy, że nie miały wpływu na wybór modelu kształcenia nauczycieli w ich uczelni).

2.2.2. Przyszli nauczyciele matematyki powinni poznać ogólne teorie pedagogiczno-dydaktyczne oraz współczesne podejście do nauczania [jest to opinia uniwersyteckich pedagogów i dydaktyków ogólnych; nie podziela jej wielu nauczycieli matematyki]

Zgodnie z tym poglądem dobre przygotowanie do zawodu nauczyciela to z jednej strony wyposażenie studenta w wiele różnych (dostatecznie nowych, ogólnych, możliwie uniwersalnych) teorii pedagogicznych, a z drugiej przekonanie go, by unikał przestarzałych, tradycyjnych, podających metod w nauczaniu, by walczył z zastanym „skostniałym” stanem oświaty. Rolą kształconego w ten sposób studenta będzie następnie „twórcze” stosowanie tych ogólnych teorii i zaleceń w praktyce – w jego konkretnej klasie, na jego konkretnym przedmiocie nauczania.

U osób prezentujących takie stanowisko nie dostrzegałam zainteresowania specyfiką przedmiotu, którego nauczać będą studenci; nie brały one pod uwagę zasadniczych różnic między nauczaniem matematyki a nauczaniem np. języka polskiego czy przedmiotów artystycznych. Spotykałam się przy tym głównie z postawami negującymi – z totalną krytyką obecnego stylu nauczania, materiałów dla ucznia, egzaminów. Dużo trudniej było doszukać się tam konstruktywnych myśli – takich, które mogły pomóc poprawić obecny stan rzeczy.

Komentarz: Opinie 2.2.1. i 2.2.2. – choć są wyraźnie niezgodne ze sobą (właśnie głównie z punktu widzenia roli przygotowania merytorycznego kandydata na nauczyciela) – opatrzę wspólnym komentarzem, gdyż paradoksalnie są między nimi istotne podobieństwa. W obu przypadkach widzę bowiem przede wszystkim typowo akademickie podejście do problemu:

- kształcić nauczycieli warto jedynie na odpowiednio wysokim stopniu ogólności (dotyczyło to – zależnie od osoby – bądź matematyki, bądź przedmiotów pedagogiczno-dydaktycznych);
- pracownicy uniwersytetu dostarczają teorii, nie interesując się zbytnio, jak ona jest potem stosowana, pozostawiając to jej wykonawcom (w tym przypadku nauczycielom matematyki).

Niestety, obserwuję często, że w praktyce szkolnej ci „wykonawcy” nie widzą związku między ogólnymi teoriami matematycznymi i ogólnymi teoriami pedagogicznymi wykładanymi na uniwersytecie a rzeczywistością szkolną.

2.3. Opinie dotyczące opierania kształcenia nauczyciela na pokazywaniu mu szczegółowych rozwiązań metodycznych

2.3.1. Ważne są dobre wzorce oraz znajomość konkretnych, szczegółowych pomysłów i wskazówek [jest to opinia większości nauczycieli, zwłaszcza początkujących lub bez przygotowania nauczycielskiego ze studiów, a także części dydaktyków matematyki]

Osoby o takich przekonaniach wskazują głównie na wartość dobrych wzorców prezentowania uczniom matematyki, możliwość naśladowania takich wzorców, zwłaszcza gdy student na swej drodze edukacyjnej spotkał dobrych – ich zdaniem – nauczycieli. Często też podkreśla się wagę dobrych podręczników i innych materiałów wspomagających pracę nauczyciela.

2.3.2. Należy unikać praktycznych porad i wskazówek, lepiej zaznajamiać studentów z ogólnymi teoriami [jest to opinia pedagogów i dydaktyków ogólnych, a także niektórych dydaktyków matematyki; nie podziela tego poglądu większość nauczycieli matematyki]

Zwolennicy tego podejścia twierdzą, że zajęcia bloku nauczycielskiego nie powinny „zniżyć się do poziomu praktycznych poradników”. Na uniwersytecie nie należy dawać studentom szczegółowych rad, jak postępować w konkretnych sytuacjach w klasie, na konkretnych lekcjach matematyki. Nauczyciel powinien być osobą twórczą, ma – znając ogólne teorie oraz wady wielu typów rozwiązań – adekwatnie reagować w sytuacjach, które napotka na poszczególnych lekcjach, z danym konkretnym zespołem uczniów.

Komentarz: W moim odczuciu jedną z najtrudniejszych rzeczy jest właśnie przejście od ogólnych teorii do stosowania ich w konkretnych sytuacjach pojawiających się na lekcji matematyki. Uważam, że na ogół rozwiązanie jakiegoś zadania z uczniami polega na sięgnięciu do zbioru znanych metod i pomysłów, czasem wystarczy wybrać jeden z nich, częściej jednak trzeba wypracować coś nowego, co jest jakąś modyfikacją znanych pomysłów. To moje przekonanie wywodzi się z jednej strony z doświadczenia rozwiązywania tysięcy zadań matematycznych, a z drugiej – z konieczności podejmowania najprzeróżniejszych decyzji w rozmaitych sytuacjach dotyczących nauczania matematyki. Dlatego zdecydowanie bardziej przychyliam się do opinii 2.3.1, choć uważam za celowe

uogólnianie i grupowanie pomysłów w pewne kategorie, bowiem z reguły łatwiej jest coś znaleźć w sensownie ustrukturyzowanym zbiorze.

Warto zwrócić uwagę, że zwolennicy opinii 2.3.1 nie negują wagi kształcenia merytorycznego, tylko wskazują potrzebę większej szczegółowości w prezentowaniu zagadnień matematycznych – zarówno w zakresie treści, jak i formy.

2.4. Opinie dotyczące związków wiedzy merytorycznej, nabywanej na studiach, z wiedzą niezbędną do nauczania w szkole

2.4.1. Matematyka wynoszona ze studiów nie wystarcza do nauczania matematyki w szkole [jest to opinia nauczycieli matematyki, zwłaszcza szkół średnich]

Wielu nauczycieli głoszących taki pogląd dodaje przy tym, że część przedmiotów matematycznych na studiach była ciekawa i potrzebna, zwłaszcza wtedy, gdy widzieli, że uzupełnia to i poszerza ich wiedzę ze szkoły średniej, gdy rozwiązywali trudniejsze zadania w znanym im zakresie matematyki, gdy dowiadawali się czegoś ciekawego o rozwoju pojęć i rozumowań, np. w historii matematyki. Spotkali też sporo ciekawych ludzi, w tym znanych naukowców, dobrych nauczycieli akademickich, a także studentów innych specjalności. Niestety, było też dużo zajęć z bardzo abstrakcyjnej matematyki, która do niczego w pracy zawodowej im się nie przydała.

Inni zaś nauczyciele stwierdzają wręcz, że na studiach nauczono ich za mało matematyki, że nie mieli szansy, by uzupełnić braki z własnej edukacji szkolnej, by należycie pogłębić tę wiedzę i swe umiejętności. Uważają przy tym, że nie rozwiązywali na uniwersytecie trudniejszych zadań szkolnych – zwłaszcza tych z zakresu rozszerzonego w liceum i trudnych zadań maturalnych, często zupełnie innych niż zadania rozwiązywane podczas studiów.

2.4.2. Wystarczy umieć dobrze tylko tę matematykę, której będziemy uczyli w szkole [jest to opinia części nauczycieli matematyki, zwłaszcza szkół podstawowych i gimnazjów]

Twierdzą, że na studiach „męczono ich mnóstwem niepotrzebnych rzeczy z zaawansowanej matematyki”. Trochę „przydatnych rzeczy” (niektórzy twierdzą, że wiele) dostrzegli na niektórych zajęciach psychologiczno-pedagogicznych i dydaktycznych, a zwłaszcza na praktykach w szkole.

Komentarz: Nieporozumieniem byłoby oczekiwać, że na studiach matematycznych cała matematyka będzie nadal matematyką szkolną, tylko np. z dokładniejszym omówieniem pewnych własności funkcji i figur oraz rozwiązywaniem trudnych zadań. Przyszli nauczyciele matematyki są przede wszystkim kształceni na matematyków, w związku z tym powinni m.in. poznać oblicze matematyki po zasadniczych zmianach, jakie dokonały się w wieku XIX i XX, w tym również abstrakcyjne, aksjomatycznie zdefiniowane struktury algebraiczne, a nie tylko szkolną algebrę ograniczoną do rozwiązywania równań². Powinni ponadto nauczyć się posługiwać niektórymi pojęciami i metodami, bardziej abstrakcyjnymi od tych, do których ogranicza się szkoła. Jest to niezbędne poszerzenie horyzontów przyszłych nauczycieli – powinni być świadomi tego, na czym polega matematyka, czym – oprócz nauczania – może zajmować się zawodowy matematyk. Uważam, że nauczyciel powinien czuć się matematykiem, utożsamiać z tym środowiskiem. Ponadto fakt, że ci są przede wszystkim matematykami, nie ogranicza ich zawodowo na całe życie do szkoły i nauczania. Mają szansę zrezygnować z nauczania, gdy skłonią ich do tego uwarunkowania życiowe lub odkryją, że jednak wolą w inny sposób wykorzystywać swe matematyczne kwalifikacje.

Z drugiej strony, paradoksalnie, przyszły nauczyciel może spotkać się na studiach z takim zestawem przedmiotów matematycznych (czy też raczej z takim sposobem ich prowadzenia), że nie przyczyni się to w istotny sposób do uzupełnienia i utrwalenia jego wiedzy w zakresie matematyki szkolnej. Trudno wprawdzie oczekiwać na uniwersytecie zajęć matematycznych z zakresu szkoły podstawowej lub gimnazjum (chyba że chodzi o zajęcia bezpośrednio związane z dydaktyką matematyki), natomiast ważna i aktualna jest kwestia pogłębiania matematyki ze szkoły średniej poprzez odpowiednie wykorzystywanie jej na studiach.

Przeciętny kandydat na nauczyciela matematyki nie był w szkole

²W latach sześćdziesiątych XX w. w wielu krajach próbowano zreformować matematykę szkolną tak, aby była bliższa uniwersyteckiej, by zmniejszyć dystans między szkołą średnią a wyższą, w szczególności chciano znacznie wcześniej uczyć struktur bardziej abstrakcyjnych od tradycyjnych szkolnych. Reformy te zakończyły się jednak niepowodzeniem. Zbyt ogólne ujęcie matematyki spowodowało, że dla większości uczniów kluczowe pojęcia okazały się zbyt oderwane od rzeczywistości, były pozbawione zrozumiałej treści, nie dawały szansy prowadzenia zakładanych rozumowań.

średniej uczniem piątkowo-szóstkowym; ponadto niestety część tych studentów uczyła się matematyki jedynie w zakresie podstawowym. Różnica między matematyką w zakresie podstawowym i matematyką w zakresie rozszerzonym w liceum jest ogromna. Wystarczy porównać zadania z matury – w przypadku zakresu podstawowego sprawdzane są jedynie standardowe wiadomości i umiejętności (niewiele wykraczające poza zakres gimnazjum), natomiast zadania z matury rozszerzonej wymagają od ucznia dużo szerszej wiedzy, bardziej skomplikowanych umiejętności oraz pomysłowości i niestandardowego myślenia. O ile zatem uczelnia nie zorganizuje specjalnych zajęć poświęconych uzupełnieniu wiedzy i umiejętności w zakresie rozszerzonym, przyszły magister matematyki nie będzie wystarczająco przygotowany do nauczania matematyki w liceum. Jeśli dostanie taką pracę, będzie musiał swe braki merytoryczne uzupełnić samodzielnie, co jest czasochłonne i trudne. Nie chodzi bowiem o przejrzenie w skrócie teorii, tylko przede wszystkim o konieczność samodzielnego rozwiązania setek lub tysięcy zadań – zarówno średniej trudności, jak i zadań wymagających niestandardowego podejścia, np. zadań, które pojawiają się na maturze z zakresu rozszerzonego.

Zwróćmy jeszcze uwagę na to, że lekcje w szkole średniej i przygotowywanie się do matury z matematyki zmuszają ucznia do nadrobienia co najmniej części braków z zakresu szkoły podstawowej i gimnazjum, do rozwiązywania trudniejszych zadań bazujących na tym materiale. Nie sposób bowiem radzić sobie z materiałem szkoły średniej bez należytych umiejętności rachunkowych na poziomie gimnazjum, rozwiązywania zadań tekstowych, czytania diagramów i wykresów, posługiwania się podstawowymi własnościami figur geometrycznych (płaskich i przestrzennych). Natomiast dużo bardziej skomplikowana jest sprawa uzupełniania braków i rozwijania umiejętności z zakresu matematyki w szkole średniej. Jest to bowiem materiał znacznie trudniejszy, nawet dla ucznia z predyspozycjami do matematyki. Ponadto kandydat na nauczyciela niekoniecznie miał w czasie swojej własnej edukacji w szkole średniej wystarczającą liczbę godzin matematyki na należyte jej opanowanie. Odpowiednie przygotowanie na studiach mogłoby ułatwić młodemu nauczycielowi, aby nie musiał nadrabiać braków merytorycznych i mógł więcej czasu poświęcić na wypracowanie swego warsztatu nauczycielskiego.

Chodzi mi tu o *osobne przedmioty* podczas studiów nauczycielskich służące uzupełnieniu i pogłębieniu umiejętności w zakresie matematyki licealnej, tj. na temat funkcji, geometrii elementarnej, statystyki opisowej, kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Problem ten jest poważny, toteż ograniczenie się do wzmianek na ten temat, wypowiedzianych przy okazji zaawansowanych, tradycyjnych przedmiotów matematycznych nie wystarczy do rozwiązania go. Z kolei zajęcia z dydaktyki matematyki szkoły średniej mają za zadanie zająć się innym problemem: jak tych zagadnień uczyć w szkole (w tym momencie student powinien już je znać merytorycznie).

2.5. Opinie dotyczące związków między przygotowaniem merytorycznym nauczyciela matematyki a jego przygotowaniem dydaktycznym

2.5.1. Bardzo ważne i zarazem najtrudniejsze w zawodzie nauczyciela jest sprawne łączenie poszczególnych elementów wiedzy i umiejętności matematycznych z wiedzą i umiejętnościami dydaktycznymi, jak również reagowanie na pojawiające się problemy rozmaitego typu

2.5.2. Żeby móc wiązać te elementy, trzeba najpierw mieć je opanowane [tym razem są to moje opinie, ale podziela je część matematyków uniwersyteckich i dydaktyków matematyki, przede wszystkim zaś wielu szkolnych nauczycieli matematyki]

O jakie elementy tu chodzi? W przeciwieństwie do większości innych przedmiotów szkolnych, matematyka obejmuje olbrzymi, czasochłonny zakres wiadomości i umiejętności. Średnio biorąc, 9–10 lat nauki (od klasy 4 szkoły podstawowej do matury plus przygotowanie uczniów do egzaminów zewnętrznych) po 4 godziny w tygodniu daje ok. 1200–1500 godzin lekcyjnych³. Matematyki nie da się nauczać wyspowo, nauczyciel

³Analizując rozległość tego zakresu, odnoszę wrażenie, że problemy z dobrym przygotowaniem do zawodu nauczyciela matematyki są zapewne podobne do problemów kształcenia nauczycieli języka polskiego. Dlatego nigdy nie mogłam zrozumieć, dlaczego przydział ministerialny godzin przeznaczonych na dydaktykę matematyki i na dydaktykę języka polskiego jest taki sam, jak na przedmioty, których uczy się tylko na jednym poziomie edukacyjnym i to w wymiarze 1–2 godzin tygodniowo. Zapewne twórcy standardów kształcenia nauczycieli widzą problem w sposób przedstawiony w opiniach 2.2.1 i 2.2.2, a nie 2.5.1 i 2.5.2.

musi panować nad całością tego materiału i nad powiązaniem między poszczególnymi jej częściami. Ponadto student powinien być przygotowywany do pracy z uczniami, różniącymi się bardzo stopniem rozwoju umysłowego i zdolnością do abstrakcyjnego myślenia. Przyszły nauczyciel powinien być więc obyty z bardzo szerokim zakresem metodyki nauczania matematyki, od dzieci w wieku 9–10 lat ze szkoły podstawowej aż do uczniów z klas licealnych z rozszerzoną matematyką.

Zaznaczmy, że chodzi o specyficzne obycie z tym materiałem – na przykład nie tylko o umiejętność rozwiązywania zadań z bardzo szerokiego zakresu materiału, lecz w dodatku o naukę praktycznego stosowania technik heurystycznych prowadzących do zrozumienia problemu przez ucznia i rozwiązania go w miarę samodzielnie. Nauczyć się tego można wstępnie na zajęciach z dydaktyki matematyki, o ile są ściśle powiązane z praktyką szkolną. Mam tu na myśli zarówno takie prowadzenie zajęć z dydaktyki matematyki, aby w znacznej części dotyczyły problemów, z jakimi przyszły nauczyciel spotka się w szkole, jak i pewną część praktyk szkolnych odbywanych przez studenta nie tylko pod opieką nauczyciela uczącego w danej klasie, ale i dydaktyka matematyki z uczelni.

Nawiązując do opinii 2.1.2, uważam, że proces zbierania doświadczeń przez nauczyciela w szkole można przyspieszyć i uczynić bardziej efektywnym poprzez odpowiednie przygotowanie go do tego na uczelni, tak aby osłabić nieuchronne „zgrzyty” na początku jego pracy z młodzieżą. Jednakże nawet najlepsze przygotowanie pedagogiczno-dydaktyczne wyniesione z uczelni (włączając w to praktyki) nie przekształci studenta w doświadczonego nauczyciela. Dalsze doskonalenie tych umiejętności wymaga lat – już podczas pracy zawodowej w szkole.

Należyte przygotowanie do zawodu nauczyciela matematyki składa się więc z wielu elementów. Trzeba koniecznie zadbać o przygotowanie merytoryczne w zakresie matematyki i stale je pogłębiać, poszukując m.in. nowych ujęć poszczególnych treści matematycznych. Warto szukać ciekawych pomysłów na dotarcie z matematyką do uczniów o różnych potrzebach i ograniczeniach oraz eksperymentować – próbować wprowadzać takie pomysły do swoich zajęć szkolnych. Również przygotowanie uczniów do ich dalszej edukacji i do przyszłej pracy zawodowej, włączając w to przygotowanie do egzaminów zewnętrznych, jest nie lada wyzwaniem w ciągle zmieniającym się świecie. Aby być bardziej efek-

tywnym i zadbać o optymalne warunki pracy swoich uczniów, nauczyciel powinien z jednej strony stale doskonalić swoje umiejętności w zakresie kierowania grupą i zarządzaniem czasem, z drugiej zaś starać się skutecznie obserwować poszczególnych uczniów, wczuwać się w ich sytuację, stawiać im odpowiednie wymagania, wspierać ich wysiłki, dawać poczucie sukcesu. Ważne jest też, by uczniowie umieli systematyzować swoje myśli i sposób rozumowania oraz przedstawiać je komunikatywnie, ustnie i pisemnie.

Komentarz: Przygotowanie dydaktyczne do nauczania matematyki jest w dużej mierze nierozdzielne z przygotowaniem merytorycznym, chyba że sprowadzimy je do wygłaszania ogólnych rad i postulatów (patrz opinie typu 2.2.1 i 2.2.2). Nie sposób prowadzić przygotowania dydaktycznego, gdy student nie panuje w wystarczającym stopniu merytorycznie nad danym zagadnieniem. Z drugiej strony zastanawianie się nad właściwym ujęciem dydaktycznym jakiegoś zagadnienia matematycznego przyczynia się do lepszego rozumienia strony merytorycznej problemu, do uporządkowania wiedzy i umiejętności z tym związanych. Ponadto praca z uczniami zdolnymi lub zainteresowanymi matematyką zmusza nauczyciela do ciągłego rozwoju merytorycznego – rozwiązywania nowych zadań, oceniania niestandardowych rozumowań, poszukiwania i zgłębiania nowych tematów.

Jedną z trudności, którą jedynie tu sygnalizuję, jest to, że kształci się u nas – ogólnie mówiąc – *nauczyciela matematyki*, który jednak, gdy jest zatrudniony w konkretnej szkole, naucza uczniów należących do jednej z trzech grup rozwoju intelektualnego ucznia: klasy IV–VI, gimnazjum, liceum (lub inna szkoła ponadgimnazjalna). Po reformie, pomimo że podział na klasy ulegnie zmianie, nadal powinno się uwzględniać trzy poziomy rozwojowe uczniów, do których należy dostosować specyfikę nauczania: klasy IV–VI, klasy VII–VIII, szkoła ponadpodstawowa. Każdy z tych poziomów nie tylko różni się zakresem wiedzy merytorycznej, ale wymaga też innego podejścia dydaktycznego. Przyjmuje się, że po studiach II stopnia absolwent powinien być przygotowany do każdego z tych poziomów. W zasadzie zakres niezbędnej wiedzy merytorycznej nauczyciela jest największy w przypadku liceum, ale niezbędna wiedza nauczyciela klas IV–VIII obejmuje wprawdzie mniejszy zakres treści, ale za to rozumienie np. ułamków musi być specyficznie pogłę-

bione. Nie wystarczy znajomość teoretyczna ciała liczb wymiernych i biegłość rachunkowa; trzeba jeszcze należycie rozumieć ułamki w kontekście ich podstawowych konkretyzacji, takich jak rozcinanie figur na części o równych polach, stosunki wielkości rozmaitego typu, procenty przy rozmaitych układach warunków, a także rozumieć związek własności działań na ułamkach z tymi konkretyzacjami.

3. Wyniki badań kompetencji matematycznych studentów

W poprzedniej części analizowałam rozmaite opinie dotyczące kształcenia nauczycieli matematyki. W tej i następnej części artykułu prezentuję dane wynikające z badań naukowych kompetencji przyszłych i czynnych nauczycieli matematyki w zakresie matematyki szkolnej. Warto bowiem przekonać się, czy powszechne utyskiwania na temat złej kondycji polskich nauczycieli matematyki rzeczywiście są zasadne, a po drugie zidentyfikować luki w wykształceniu matematycznym nauczycieli.

3.1. Dane na temat kompetencji matematycznych wyniesionych ze szkoły ponadgimnazjalnej – „na wejściu” na studia

Pierwszym źródłem informacji na temat szkolnych osiągnięć studentów w zakresie matematyki są dane uzyskane podczas międzynarodowego badania TEDS-M (Teacher Education and Development Study in Mathematics), przeprowadzonego w roku 2008 (Czajkowska, Jasińska i Sitek, 2010). Objęto nim w Polsce⁴ wszystkie instytucje kształcące nauczycieli zajmujących się edukacją matematyczną uczniów (również przyszłych nauczycieli klas I–III szkoły podstawowej, kształconych na wydziałach pedagogicznych). Badano studentów ostatniego roku studiów – w większej instytucji losowano studentów do badań, a w przypadku niewielkiej ich liczby – badano wszystkich studentów.

Badani studenci zadeklarowali, że stopnie uzyskiwane przez nich w szkole ponadgimnazjalnej były najczęściej w okolicach średniej w klasie (z tym że studenci matematyki znacznie częściej niż studenci pedagogiki deklarowali stopnie powyżej średniej).

Pytano też studentów matematyki, czy w szkole ponadgimnazjal-

⁴Badaniem objęto poza tym następujące kraje: Botswana, Chile, Filipiny, Gruzja, Hiszpania, Malesja, Niemcy, Norwegia, Oman, Rosja, Singapur, Stany Zjednoczone, Szwajcaria, Tajlandia i Tajwan.

nej uczyli się matematyki według rozszerzonego programu (np. w klasie o profilu matematyczno-fizycznym, informatycznym, itp.). Pozytywnie odpowiedziało na to pytanie ok. 56% studentów studiów I stopnia, 41% studentów studiów jednolitych magisterskich oraz 25% studentów II stopnia.

Drugim źródłem na temat doświadczeń szkolnych kandydatów na nauczycieli matematyki jest raport Najwyższej Izby Kontroli, zawierający wyniki kontroli kształcenia nauczycieli w 5 wybranych szkołach wyższych. Przeprowadzono ankiety wśród 454 studentów kończących w roku akademickim 2015/2016 studia stopnia I lub II o specjalności nauczycielskiej.

Stwierdzono (NIK, 2017: 25), że na kierunki studiów przygotowujących do zawodu nauczyciela przyjmowani są również ci absolwenci szkół ponadgimnazjalnych, którzy uzyskiwali najniższe wyniki na egzaminie maturalnym na poziomie podstawowym – przyjęto 8,7% osób, które uzyskały z przedmiotu kierunkowego na egzaminie maturalnym wynik od 30% do 49% (różnie na różnych uczelniach, np. na Uniwersytecie Wrocławskim było 28,1% takich studentów). Dane te dotyczą co prawda wszystkich ocenianych kierunków nauczycielskich, nie tylko matematyki, ale i tak dają do myślenia.

Komentarz: Dotarłam do tylko dwóch źródeł informacji na temat szkolnych osiągnięć matematycznych studentów i, niestety, w obu przypadkach dane na temat studentów rozpoczynających studia na matematyce ze specjalnością nauczycielską są jedynie pośrednie. Jednakże na ich podstawie można śmiało postawić hipotezę, że istotna część takich studentów matematyki, a może nawet ponad połowa, to nie są osoby, które w szkole średniej przeszły rozszerzony kurs matematyki (tak też wynika z sondaży przeprowadzonych przeze mnie wśród studentów ostatniego roku matematyki ze specjalnością nauczycielską na Uniwersytecie Gdańskim); przypominam, że istnieje ogromna różnica między zakresem materiału i wymagań z matematyki w programach rozszerzonych i programach „matematyki dla wszystkich”.

Wyniki powyższych badań potwierdzają spostrzeżenia M. Korcz o trudnej sytuacji przyszłych nauczycieli „na wejściu” na studia, zaprezentowane na początku artykułu: znacząca ich część przyszła na studia matematyczne z niewielką wiedzą i umiejętnościami z zakresu matema-

tyki. Z moich obserwacji wynika jednak, że osoby, które przebrnęły mimo to przez pierwsze lata studiów, mają potencjał, są w stanie nadrobić zaległości w zakresie materiału rozszerzonego i te umiejętności pogłębić. Muszą być jednak umiejętnie prowadzone i zobligowane do tego poprzez ukierunkowany na to cykl zajęć.

3.2. Dane na temat kompetencji matematycznych „na wyjściu” ze studiów nauczycielskich

W ramach międzynarodowych badań (Monika Czajkowska, Aleksandra Jasińska i Michał Sitek, 2010) przeprowadzono testy, podczas których badano wiedzę i umiejętności matematyczne przyszłych nauczycieli. Zadania testu poziomu podstawowego dotyczyły treści z zakresu szkoły podstawowej i gimnazjum, a rozszerzonego – również treści z zakresu szkoły średniej i pierwszych lat studiów na kierunku matematyka. Mniej więcej połowa polskich studentów matematyki rozwiązywała prostszy test, a druga połowa rozwiązywała trudniejszy test, adresowany do przyszłych nauczycieli szkół średnich.

Wyniki polskich studentów matematyki piszących test poziomu podstawowego były bardzo dobre – wraz ze studentami z Singapuru trafili oni do czołówki i wyróżnili się pozytywnie na tle studentów z innych krajów. Z drugiej strony wyniki polskich studentów pedagogiki przygotowujących się do nauczania matematyki w klasach I–III szkoły podstawowej należały do najgorszych wśród studentów z badanych krajów.

Wyniki studentów piszących test poziomu rozszerzonego były wyższe niż średnia międzynarodowa, ale Polska nie znalazła się tu już w gronie wiodących krajów. Okazały się też one niejednorodne – w grupie polskich studentów matematyki część osób wykazała się najwyższymi kompetencjami, ale również co czwarta osoba miała kompetencje poniżej średniej międzynarodowej.

W sumie polscy studenci wypadli dobrze w stosunku do studentów innych badanych krajów, ale warto zauważyć, że krajów tych było niewiele, a ponadto większość z nich nie występuje na listach państw, których uczniowie osiągają najwyższe wyniki w matematyce w międzynarodowych badaniach typu PISA.

Warto przyrzeć się z kolei szczegółowym danym na temat wiedzy merytorycznej polskich kandydatów na nauczycieli matematyki, w szcze-

gólności odnotowanym brakiem. Poniższe przykłady dotyczą studentów piszących trudniejszy test (Czajkowska, Jasińska i Sitek, 2010: 46–47).

- 1.1. Studenci znają pojęcie funkcji, w szczególności funkcji liniowej, kwadratowej, wykładniczej, potrafią w sytuacjach typowych podać ich podstawowe własności, sporządzać wykresy lub na podstawie wykresu określić funkcję.
- 1.2. Nie radzą sobie jednak w sytuacjach nowych, złożonych, w których należy powiązać wiedzę z różnych dziedzin lub dobrać odpowiedni model do sytuacji opisanej tekstem zadania. Na przykład co czwarty student studiów I stopnia i co piąty student studiów jednolitych magisterskich nie potrafił właściwie określić zależności funkcyjnej⁵ pomiędzy dwiema wielkościami. Studenci napotykali trudności z modelowaniem sytuacji zawierających kontekst realistyczny.
- 2.1. Znają podstawowe metody rozwiązywania równań liniowych, kwadratowych, wielomianowych i z sukcesem je stosują w zadaniach typowych.
- 2.2. Nie radzą sobie, gdy muszą oderwać się od myślenia algorytmicznego, schematycznego, gdy znany schemat postępowania jest niewłaściwy w danej sytuacji. Respondenci, rozwiązując równania, zazwyczaj przyjmowali, że dziedziną równania jest zbiór rzeczywistych i stosowali metody właściwe dla takich sytuacji, nawet wtedy gdy dziedzina była inna.
- 2.3. W konkretnej sytuacji nie potrafili ocenić poprawności stosowanej metody, zmodyfikować ją lub wypracować nową. Na przykład jedno z zadań złożonych, wymagających oderwania się od myślenia schematycznego rozwiązał poprawnie tylko co czwarty student studiów I stopnia i co trzeci student studiów jednolitych magisterskich. Podobna sytuacja wystąpiła w przypadku innych zadań tego typu.
- 3.1. Respondenci potrafili odtworzyć (podać) definicję znanego im pojęcia matematycznego, określić, czy podane sformułowanie można wykorzystać jako definicję danego pojęcia, o ile tylko sformułowanie to jest znane i powszechnie stosowane.

⁵Chodziło o ustalenie, czy między daną parą wielkości zachodzi zależność, którą można opisać za pomocą funkcji wykładniczej.

- 3.2. Nie radzili sobie natomiast w sytuacjach, w których należało porównać dwa określenia tego samego pojęcia, zbadać, czy podane definicje są równoważne, uzasadnić, że podane określenie może (nie może) być wykorzystane do definiowania danego pojęcia matematycznego. Wydaje się, że niektóre treści są jedynie powierzchownie zapamiętywane przez studentów, bez ich zrozumienia. Na przykład zwracali oni uwagę na słowo „granica funkcji”, natomiast nie przywiązywali wagi do tego, czy jest to granica funkcji w punkcie, czy też gdy x dąży do plus nieskończoności.
- 3.3. Tylko co trzeci student studiów I stopnia i co drugi studiów jednolitych magisterskich potrafił zrozumieć podaną definicję, a następnie przeprowadzić pewne rozumowanie z jej wykorzystaniem⁶.
- 4.1. Badani nie mieli trudności z odczytywaniem danych z diagramu słupkowego, w prostej, typowej sytuacji (odpowiedź poprawną podało 79% studentów studiów I stopnia i 73% studentów studiów jednolitych magisterskich).
- 4.2. Natomiast nie radzili sobie w sytuacjach bardziej złożonych; tylko co piąty student studiów I stopnia i co trzeci studiów jednolitych magisterskich potrafił bez wykonywania obliczeń, jedynie na podstawie analizy podanych wykresów, stwierdzić, który z przedstawionych rozkładów ma większe odchylenie standardowe.
- 5.1. Respondenci potrafili wyznaczyć prawdopodobieństwa zdarzeń, wykorzystując klasyczną definicję prawdopodobieństwa (tzn. gdy przestrzeń zdarzeń elementarnych była skończona i każde ze zdarzeń elementarnych miało jednakową szansę zajścia).
- 5.2. Nie poradzili sobie natomiast w sytuacji, gdy należało wyznaczyć prawdopodobieństwo korzystając z twierdzenia Bayesa. Zadanie dotyczące tych treści rozwiązało poprawnie tylko 7% studentów studiów I stopnia i 6,9% studentów studiów jednolitych magisterskich.

Komentarz: W każdym z powyższych przykładów pierwsza obserwacja (gdzie studenci w miarę sobie radzili) dotyczyła zazwyczaj materiału z zakresu podstawowego w szkole średniej i standardowego sposobu

⁶Studenci mieli też trudności z ustaleniem, czy zaprezentowane im rozumowanie opisuje matematycznie poprawny dowód.

jego realizacji, skupionego na kształtowaniu podstawowych umiejętności algorytmicznych. Kolejne obserwacje (dotyczące trudności badanych) wskazują na brak obycia z materiałem rozszerzonym, jak również z pewnymi mniej standardowymi zadaniami, wymagającymi nie tylko z wyuczonych procedur, ale i refleksji na temat interpretacji pojęć i obycia z metodami stosowanymi w matematyce. Zwłaszcza w przypadku uczniów i studentów średnio zdolnych tę refleksję i obycie z metodami trzeba starannie kształtować na zrozumiałym dla nich materiale.

Z pewnością różne są przyczyny odnotowanych braków w umiejętnościach studentów, ale nie powinny dziwić, gdy studenci nie zetknęli się z takimi typami zadań w szkole (uczyli się matematyki w szkole w zakresie podstawowym), a w ramach zajęć matematycznych na uczelni – z reguły bardzo teoretycznych – też nie rozwiązywali takich zadań. Zauważmy, że z wyników tych badań, zwłaszcza prezentowanych w odniesieniu do innych krajów i na ograniczonym zakresie materiału z matematyki, wcale nie wynika, aby nasi studenci kończący studia matematyczne o specjalności nauczycielskiej rzeczywiście byli jakoś rażąco niedouczeni w zakresie matematyki. Narzuca się zatem pytanie – czy sytuacja „na wyjściu” nakreślona przez M. Korcz jest rzeczywiście tak tragiczna?

Dane, do których dotarłam, nie dają jednoznacznej odpowiedzi na to pytanie – trzeba byłoby przeprowadzić bardziej gruntowne badania, zwłaszcza ukierunkowane na przygotowanie naszych absolwentów do pracy w szkole średniej.

Liczba i rodzaj odnotowanych braków wskazują na to, że przygotowanie merytoryczne polskich studentów nie jest zadowalające. Przytoczę dodatkowo moje własne spostrzeżenia.

- Na początku zajęć związanych z przygotowaniem studentów matematyki na Uniwersytecie Gdańskim do nauczania w szkole średniej (na drugim roku studiów magisterskich) mam zwyczaj zastosować test z typowych zadań dla matury rozszerzonej z matematyki. Próg 50% punktów z tego testu (sytuacja „na wejściu”, bez specjalnego powtórzenia i przygotowania) przekraczają na ogół pojedyncze osoby, rzadkie są również wyniki w przedziale od 30% do 50%; większość osiąga wyniki poniżej 30%.
- Wśród wyników relacjonowanych w raporcie (Czajkowska, Jasińska i Sitek, 2010) nie ma mowy na temat wielu umiejętności wy-

stępujących w podstawie programowej liceum w zakresie rozszerzonym, na przykład trygonometrii. Bez włączenia tej tematyki do zajęć związanych z przygotowaniem do nauczania w szkole średniej tylko minimalny odsetek studentów potrafi posłużyć się wiadomościami wykraczającymi poza zależności w trójkącie prostokątnym (ewentualnie wiedzą, jak wyglądają wykresy tych funkcji).

- Większość studentów nie wiąże metod rozwiązywania równań i nierówności z własnościami odpowiadających im funkcji, w związku z czym np. na ogół nie potrafią rozwiązać poprawnie równania lub nierówności zawierających symbole pierwiastków.
- Umiejętność rozwiązywania zadań z zakresu rachunku prawdopodobieństwa ogranicza się do prostych sytuacji związanych z klasyczną definicją prawdopodobieństwa (w zakresie podstawowym w szkole nie ma schematów kombinatorycznych i bardziej złożonych sytuacji związanych z prawdopodobieństwem).

4. Wyniki badań kompetencji matematycznych czynnych nauczycieli matematyki

W Instytucie Badań Edukacyjnych przeprowadzono badania służące ocenie realizacji przez nauczycieli matematyki celów ogólnych podstawy programowej, takich jak kształcenie u uczniów umiejętności modelowania matematycznego, tworzenia strategii rozwiązywania zadań, rozumowania i argumentowania.

Badania te dostarczyły m.in. interesujących nas danych na temat matematycznych kompetencji nauczycieli matematyki:

- klas IV–VI szkoły podstawowej i gimnazjum (Monika Czajkowska, Marzenna Grochowalska i Margaryta Orzechowska, 2015);
- klas piątych szkoły podstawowej (Marcin Karpiński i Małgorzata Zambrowska, 2015) oraz klas drugich gimnazjum (Marcin Karpiński, Magdalena Grudniewska i Małgorzata Zambrowska, 2013).

Do badań (Czajkowska, Grochowalska i Orzechowska, 2015) wybrano w wyniku zaplanowanej procedury losowania po około 380 nauczycieli klas IV–VI szkoły podstawowej i gimnazjum z różnych regionów Polski. Wszyscy badani nauczyciele rozwiązywali zadania sprawdzające

ich wiedzę i umiejętności oraz wypełniali ankiety; z częścią nauczycieli przeprowadzono dodatkowo wywiady indywidualne.

W każdym z badań (Karpiński, Grudniewska i Zambrowska, 2013) oraz (Karpiński i Zambrowska, 2015) wylosowano 20 oddziałów klasowych szkół wraz z nauczycielami prowadzącymi regularne lekcje w tych oddziałach (z 4 województw), przy czym nadreprezentowane były szkoły o wyższej efektywności nauczania. W ramach badań obserwowano 4 kolejne lekcje matematyki prowadzone przez nauczyciela wylosowanego do badania oddziału; ponadto badano nauczycieli za pomocą krótkiej ankiety po pierwszej obserwowanej lekcji matematyki oraz wywiadu indywidualnego.

Z wyników badań wynika, że nauczyciele obu etapów edukacyjnych radzą sobie dobrze z zagadnieniami matematycznymi, którymi zajmują się w czasie codziennej pracy w klasie.

Podczas obserwowanych lekcji nauczyciele wykazywali dobre przygotowanie merytoryczne, tzn. nie popełniali błędów merytorycznych, dbali o poprawność zapisu matematycznego. Wprowadzając nowe pojęcia, często posługiwali się formalnym słownictwem, definicjami i wzorcowymi przykładami (Karpiński, Grudniewska i Zambrowska, 2013: 21).

W raporcie (Czajkowska, Grochowalska i Orzechowska, 2015: 81) zwrócono jednak uwagę na to, że wśród badanych nauczycieli były osoby o bardzo wysokich kompetencjach, ale również na obu etapach edukacyjnych odnotowano po ok. 20% nauczycieli, którzy „nie posiadają podstawowej wiedzy matematycznej koniecznej do wyposażenia ucznia w komplet umiejętności zapisanych w podstawie programowej”.

Mimo zazwyczaj poprawnego operowania typowymi zagadnieniami z matematyki przez badanych nauczycieli, autorzy obu projektów odnotowali trudności części nauczycieli z zadaniami nietypowymi i z zadaniami z etapu edukacyjnego wyższego niż ten, na którym pracują na co dzień, oraz brak umiejętności rozwiązania zadania matematycznego niestandardowymi metodami – dostępnymi dla zdolnych uczniów z niższego etapu edukacyjnego (Czajkowska, Grochowalska i Orzechowska, 2015).

W raporcie (Karpiński i Zambrowska, 2015: 40) zachowanie nauczycieli określono następująco:

Znaczną część badanych nauczycieli cechuje brak swobody matematycznej. Objawia się on między innymi:

- narzucaniem uczniom jednego (swojego) sposobu rozwiązania problemu;
- niechęcią do modyfikowania zadań i metod pracy w zależności od możliwości uczniów czy też pod wpływem przebiegu lekcji;
- unikaniem zadań wymagających rozumowania i mających wiele poprawnych strategii rozwiązania, zadania algorytmiczne stanowią główną oś nauczania matematyki;
- nieobecnością na lekcjach powiązań między różnymi działami i zagadnieniami matematycznymi.

W raporcie (Czajkowska, Grochowalska i Orzechowska, 2015:60) ujęto to następująco:

Chociaż wiedza merytoryczna jest u nauczycieli gimnazjum na ogół dość dobra, nie posługują się oni matematyką na tyle swobodnie, by mogli właściwie reagować na nietypowe rozwiązania uczniów i na niektóre rodzaje błędów przez nich popełnianych. Widać też u nauczycieli pewną niecierpliwość w ocenie błędnych rozwiązań uczniowskich – dążą oni przede wszystkim do poprawienia błędu, a nie do nauczenia uczniów unikania tych błędów w przyszłości.

Powyższe informacje dotyczą już styku kompetencji merytorycznych i dydaktycznych, uzyskane zostały w dużej mierze poprzez obserwowanie dydaktycznych czynności nauczycieli. Trudno je jednak określić jako kompetencje tylko dydaktyczne, bo wiążą się niewątpliwie mocno z „byciem swobodnym” na gruncie materiału z matematyki.

W tym momencie zwracam uwagę na – moim zdaniem – jeden z najciekawszych i najważniejszych wyników badań (Czajkowska, Grochowalska i Orzechowska, 2015: 78):

Badanie potwierdziło, że istnieje bardzo silna zależność między umiejętnościami matematycznymi i dydaktycznymi nauczycieli. Rażąco braki umiejętności dydaktycznych na ogół

występowały u tych samych nauczycieli, u których zdiagnozowano braki kompetencji matematycznych. Natomiast ci nauczyciele, którzy wykazali się wysokimi umiejętnościami dydaktycznymi, posiadali również dużą wiedzę i umiejętności matematyczne. Stopień awansu zawodowego badanych nie miał wpływu na poziom wymienionych umiejętności.

Komentarz: Podobnie jak opisane w części 3. artykułu wyniki badań studentów, również badania czynnych nauczycieli klas IV–VI szkoły oraz gimnazjum nie wskazują na jakieś skandaliczne braki w matematycznych kompetencjach większości nauczycieli, choć 20% nauczycieli ze stwierdzonymi brakami natury merytorycznej (oczywiście, należałoby przyrzec się, jakie to braki) wydaje się być jednak za wysokim odsetkiem.

Z jednej strony cieszy fakt, że nauczyciele z reguły panują merytorycznie nad materiałem poziomu edukacyjnego, na którym pracują (niewątpliwie włożyli w to pewien wysiłek). Z drugiej – jak to wynika z opisów wyników badań – nie jest to jednak zazwyczaj panowanie głębsze. Autorzy raportów piszą o „braku swobody matematycznej” w zakresie tegoż materiału (szczegóły – powyżej).

Badaniami tymi objęto tylko nauczycieli klas IV–VI szkoły podstawowej oraz nauczycieli gimnazjum. Myślę, że bardzo ważne byłoby przeprowadzenie badań kompetencji matematycznych i dydaktycznych nauczycieli szkół ponadgimnazjalnych, jak również prześledzenie ich drogi kształcenia oraz ścieżki zawodowej. Według mojej oceny w obecnym systemie kształcenia nauczycieli matematyki – zwłaszcza w kontekście braku przedmiotów merytorycznych z zakresu szkoły średniej i bezpośredniego uzupełniania i pogłębiania umiejętności ze szkolnego zakresu rozszerzonego – praktycznie nie ma szans na to, by przeciętny absolwent specjalności nauczycielskiej w miarę swobodnie radził sobie z materiałem szkolnym ze szkoły średniej. Być może stąd też bierze się obserwowana przeze mnie nieufność dyrekcji liceów w stosunku do kompetencji absolwentów matematyki o specjalności nauczycielskiej – ostrożność przy zatrudnianiu ich, zwłaszcza w lepszych szkołach średnich.

5. Zasady organizacji kształcenia nauczycieli i przygotowania merytorycznego do zawodu nauczyciela w dokumentach ministerialnych

Powyżej pisałam o przygotowaniu merytorycznym przyszłego nauczyciela, mając na myśli przygotowanie go w zakresie matematyki i zwracając uwagę na różne interpretacje tego, jakie to ma być przygotowanie. Przyjrzyjmy się teraz, czy jest to jakoś sformalizowane w języku przepisów, ma to bowiem istotne znaczenie przy organizacji kształcenia nauczycieli na uczelni.

Ramy prawne kształcenia nauczycieli i związane z tym nabywanie przez studentów uprawnień do nauczania matematyki określone są przez tzw. standardy kształcenia nauczycieli. W chwili, gdy kończę pisać ten artykuł (wrzesień 2017 r.), obowiązuje rozporządzenie (MNiSW, 2012), które w następujący sposób reguluje uzyskiwanie uprawnień do nauczania matematyki:

- Należy ukończyć studia matematyczne ze specjalnością nauczycielską lub odpowiednie studia podyplomowe (w zależności od rodzaju i stopnia studiów nauczycielskich uprawnienia te nadawane są do różnych etapów edukacyjnych).
- Kształcenie nauczycieli składa się z wymienionych w rozporządzeniu modułów, przy czym trzy są obowiązkowe:
 - przygotowanie w zakresie merytorycznym do nauczania pierwszego przedmiotu (prowadzenia zajęć),
 - przygotowanie w zakresie psychologiczno-pedagogicznym oraz
 - przygotowanie w zakresie dydaktycznym (w ramach drugiego i trzeciego modułu student odbywa też praktyki).

Interesujący nas moduł: *Przygotowanie w zakresie merytorycznym* scharakteryzowany jest w rozporządzeniu następująco:

- Przygotowanie merytoryczne ma przebiegać zgodnie z opisem efektów kształcenia dla realizowanego kierunku studiów, w wymiarze zapewniającym merytoryczne przygotowanie do nauczania przedmiotu (prowadzenia zajęć).
- Obejmuje także działy dyscypliny naukowej, do której należy przedmiot (rodzaj zajęć), np. geometria elementarna w ramach ma-

tematyki, w zakresie umożliwiającym przygotowanie merytoryczne do realizacji szczegółowych wymagań określonych w *Podstawie programowej kształcenia ogólnego* lub w *Podstawie programowej kształcenia w zawodzie*, odpowiednio dla danego przedmiotu (rodzaju zajęć).

To nader ogólne sformułowanie jest i tak bardziej precyzyjne niż w poprzedniej wersji standardów kształcenia nauczycieli (MENiS, 2004). Tam była mowa tylko o tym, że do przygotowania nauczycielskiego należą też: „Przedmioty kształcenia kierunkowego – zgodnie ze standardami nauczania dla poszczególnych kierunków studiów”, tj. bez nazywania tego „przygotowaniem w zakresie merytorycznym” oraz bez jakiegokolwiek sugestii o przygotowaniu studentów do realizacji treści z matematyki szkolnej, opisanej prawnie przez podstawę programową.

Komentarz: Opis zakresu kształcenia służącego nadaniu przez uczelnie uprawnień do zawodu nauczyciela jest rzeczą niezwykle ważną, gdyż daje podstawę do dyskusji na temat rodzaju zajęć, które na specjalności nauczycielskiej muszą zostać zorganizowane i ich minimalnego wymiaru. Niezależnie bowiem od osobistych poglądów wielu matematyków na potrzebę organizacji zajęć bloku nauczycielskiego (por. niektóre z opinii przedstawionych w części 1 tego artykułu) oraz niezależnie od dużych trudności techniczno-organizacyjnych w pogodzeniu wymagań dla przyszłych nauczycieli z wymaganiami związanymi z nadaniem stopnia magistra/licencjata z matematyki, wydział musi przestrzegać prawa (podlega licznym kontrolom, na przykład Państwowej Komisji Akredytacyjnej, Najwyższej Izby Kontroli, Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego).

Rozporządzenie (MNiSW, 2012) można oceniać dwojako. Z jednej strony nie jest do końca jednoznaczne i spójne redakcyjnie, a realizacja opisanego w nim przygotowania do zawodu nauczyciela jest bardzo trudna do wstawienia w plany studiów (zwłaszcza że uprawnienia do nauczania w gimnazjum i w szkole ponadgimnazjalnej wolno uzyskiwać dopiero na drugim, dwuletnim stopniu studiów). Z drugiej jednak strony rozporządzenie to dało możliwość realizacji następujących ważnych aspektów tego kształcenia:

- możliwość formalnego wystąpienia o włączenie do planu studiów nauczycielskich specjalnych przedmiotów służących pogłębieniu przygotowania merytorycznego w zakresie matematyki szkolnej;

- możliwość zorganizowania dwóch opcji kształcenia nauczycieli: (1) – etapami – uprawnienia do nauczania w szkole podstawowej po pierwszym stopniu studiów (część studentów zainteresowana jest możliwością szybkiego zdobycia zawodu), a uprawnienia do pozostałych typów szkół na stopniu drugim, (2) – uzyskanie kompletu uprawnień na stopniu drugim. Dzięki temu pojawiła się możliwość przyjmowania na magisterskie studia nauczycielskie osób, które np. ukończyły studia matematyczne pierwszego stopnia o specjalności nienauczycielskiej.

Praktycznie wszystkie takie osoby, które uczyłam, dokonały wyboru specjalności nauczycielskiej w sposób dojrzały, miały kompetencje i zapał większe niż przeciętny student, który zdecydował się na studia nauczycielskie już na pierwszym stopniu studiów.

W rozporządzeniu (MNiSW, 2012) nastąpiło pewne – wspomniane powyżej – doprecyzowanie modułu: *Przygotowanie w zakresie merytorycznym*. Czy byłoby lepiej, gdyby dodatkowo określono minimalną liczbę godzin na przedmioty związane z matematyką szkolną? To oczywiście rzecz do dyskusji i przemyślenia. Byłabym jednak ostrożna w formułowaniu takiego postulatu, bo wobec trudności w realizacji łączenia wymogów kształcenia matematyka i nauczyciela mogłoby się okazać, że na kształcenie nauczyciela nie ma już na danym wydziale matematycznym miejsca.

Wszelkie dodatkowe ograniczenia prawne – logiczne same w sobie – często bowiem nadmiernie komplikują, o ile nie uniemożliwiają wprowadzenie bloku zajęć przygotowania nauczycielskiego. I tak wymóg, iż moduł dydaktyczny ma następować dopiero po realizacji przygotowania psychologiczno-dydaktycznego, bardzo komplikuje wstawianie modułu dydaktycznego w plan studiów (zwłaszcza przy dwuletnich studiach magisterskich), tym bardziej że dochodzą do tego techniczne problemy związane z realizacją przedmiotów kierunkowych i wyboru specjalności (niekoniecznie odbywa się to od razu od pierwszego semestru studiów). Przygotowanie psychologiczno-pedagogiczne może być przecież realizowane równoległe do studiowania problemów z dydaktyki przedmiotowej – w obu przypadkach jest to wstęp do zrozumienia specyfiki szkoły i ucznia.

6. Predyspozycje do zawodu nauczyciela matematyki

W raporcie (NIK, 2017), oceniającym bieżący stan kształcenia nauczycieli w Polsce, odnotowano, że obowiązujące przepisy prawa nie ograniczają dopływu niewłaściwych kandydatów do wykonywania zawodu nauczyciela. Zwrócono uwagę na brak badania predyspozycji kandydatów w postaci testów, obserwacji czy rozmowy kwalifikacyjnej w procesie rekrutacji na studia (psycholog, logopeda, kompetencje komunikacyjne), jak również brak formalnej systematycznej obserwacji ich postaw i osiągnięć w czasie studiów.

W przytoczonej opinii 1.1 ze środowiska osób zajmujących się kształceniem nauczycieli specjalne predyspozycje do wykonywania tego zawodu stawia się wręcz na pierwszym miejscu. Nie spotkałam się tam natomiast z postulatem badania kandydata na nauczyciela pod tym kątem, zwłaszcza badania za pomocą jakiegoś jednorazowego testu czy rozmowy. Spróbuję i ja ustosunkować się do tego wątku, wymieniając cechy, które według mego wieloletniego doświadczenia w kształceniu i obserwowaniu nauczycieli matematyki, są szczególnie ważne. Osoba taka:

- powinna być uzdolniona do matematyki, lubić ją i lubić się jej uczyć, rozwiązywać nowe zadania, interesować się różnymi ciekawostkami na jej temat;
- powinna być uważnym obserwatorem, chcieć jak najwięcej dowiedzieć się, jak uczeń rozumuje, aby móc nawiązać z nim kontakt i znaleźć trafny sposób pomocy mu, ale również umieć dostrzegać objawy dekoncentracji ucznia lub jego pozorowaną pracę nad matematyką;
- pojawiające się co rusz kłopoty uczniów powinna traktować jako wyzwanie, z którym należy sobie radzić, a nie jako nieszczęście lub pech życiowy;
- powinna mieć predyspozycje do kierowania grupą i zarządzania czasem na lekcji;
- powinna być słowna, stanowcza (ale nie uparta) i wymagająca;
- powinna być stabilna emocjonalnie, umieć zapanować nad stresem, nie obrażać się;

- powinna mieć swoje zdanie i siłę woli, by nigdy nie postępować wbrew swojej wiedzy i przekonaniom merytoryczno-dydaktycznym, ale równocześnie powinna być otwarta na argumenty merytoryczno-dydaktyczne, nastawiona na rozwój, zdolna do modyfikacji swych przekonań i stylu pracy.

Ponadto pożądane jest poczucie humoru, ogólna ciekawość świata i umiejętność zarażania tym swoich uczniów, jak również świadomość potrzeby stosowania różnych zabiegów zapobiegających nudzie na lekcji. Dobrze też rozpoznać u siebie jakieś dodatkowe specjalne predyspozycje, na przykład do pracy z uczniami po niepowodzeniach z matematyki, albo przeciwnie – do przygotowywania najbardziej uzdolnionych uczniów do konkursów matematycznych. Taką dodatkową specjalnością może też być popularyzowanie matematyki, we współpracy z uczniami, w których wzbudzi się chęć ujmowania matematyki bardziej humanistycznie, np. w kontekście historii lub sztuki.

Komentarz: Warto po pierwsze zwrócić uwagę, że wymienione przeze mnie pożądane cechy osobowościowe nauczyciela wiążą się zarówno z przygotowaniem nauczyciela w zakresie merytorycznym, jak i w zakresie dydaktyczno-wychowawczym. Zajęcia bloku nauczycielskiego na uczelni mogą studentom dopiero uzmysłwić, czy mają takie cechy, a także pomóc je rozwinąć.

Pracowałam łącznie z kilkudziesięcioma grupami studentów matematyki przygotowujących się do zawodu nauczyciela. Większość z nich trafiła na me zajęcia w wyniku świadomie podjętej decyzji, nie z przypadku. Chcieli uczyć matematyki w szkole (tak przynajmniej deklarowali). Bardzo ważne dla mnie było to, czy dostrzegają oni potrzeby obserwowanych uczniów i jak reagują. Wśród nich zauważałam osoby, które wydawały się predysponowane do zawodu nauczyciela, oraz takie, które tego zawodu wykonywać nie powinny. Jednakże zdecydowana większość tych studentów, którzy wyrażali chęć zostania nauczycielem, była w stanie nauczyć się wielu podstawowych rzeczy, o ile tylko wykazali dostatecznie dużo chęci i cierpliwości oraz poświęcili na to dostatecznie dużo czasu. Obserwując późniejsze ich losy jako nauczycieli, dostrzegłam też, że – jeśli mieli pewne minimum predyspozycji – dalsze ich zawodowe losy zależały już w dużej mierze od ich nastawienia do nauczania. Wiele osób „błyszczących” na początku drogi nauczycielskiej

nie widziało potrzeby dalszej pracy nad ulepszaniem swego warsztatu i pozostało na swym wyjściowym poziomie kompetencji. Z drugiej strony spora grupa osób, bardziej krytycznych względem siebie i stale pracujących nad ulepszaniem swego warsztatu nauczycielskiego po latach stała się o wiele lepsza od tych, którzy od samego początku łatwo nawiązywali kontakt z uczniami i sprawnie prowadzili zajęcia.

Nie sposób natomiast skonstruować test, który badałby rzetelnie wymienione przeze mnie cechy u kandydata na studia nauczycielskie na tyle ostrożnie, by przedwcześnie nie eliminować takiej osoby (z wyjątkiem uzdolnień matematycznych, ale te w sposób oczywisty podlegają weryfikacji na etapie rekrutacji na studia i licznych egzaminów z przedmiotów matematycznych). Niełatwa byłaby również sformalizowana obserwacja studenta – kandydata na nauczyciela podczas jego pierwszych, z natury rzeczy często niewprawnych kontaktów z uczniami i z prowadzeniem zajęć matematycznych; bardzo trudne byłoby ocenienie studenta na tym wstępnym etapie przygotowania do zawodu, zwłaszcza wskazanie podstawy do wydania opinii negatywnej. Na ten problem zwrócono uwagę również w raporcie (Grudzińska (red.), 2017: 21–23).

Przypomnę, że w latach siedemdziesiątych i osiemdziesiątych ubiegłego stulecia kandydat na studia nauczycielskie musiał dostarczyć zaświadczenie o braku przeciwwskazań do zawodu nauczyciela. Były to takie przeciwwskazania, które oceniający lekarz mógłby stwierdzić w trakcie pojedynczego kontaktu z kandydatem, typu: wada wymowy lub uszczerbki w wyglądzie. Wydający stosowne zaświadczenie lekarze podchodzili raczej żartobliwie do tego obowiązku; nie znam przypadku, gdy takie zaświadczenie nie zostało podpisane (sama też ubiegałam się o taki dokument).

Z drugiej strony znam naprawdę znakomitych nauczycieli matematyki (lubianych i cenionych przez uczniów) z pewną wadą wymowy lub niezbyt przyjemną powierzchownością, którzy wyrównują te swoje niedostatki z nadmiarem innymi zaletami, w szczególności cechami osobowościowymi wymienionymi przeze mnie powyżej.

Zatem taka ocena predyspozycji nauczyciela, o ile w ogóle możliwa i nieryzykowna, mogłaby odbyć się raczej dopiero po kilku latach jego pracy w szkole.

7. Podsumowanie – podstawowe problemy przygotowania merytorycznego

W artykule tym podjęłam próbę uściślenia, na czym polegać powinno merytoryczne przygotowanie do zawodu nauczyciela matematyki. Analizując kwestie poruszone w częściach od 2. do 5. artykułu, dostrzec można następujące trzy rodzaje problemów dotyczących zakresu lub formy takiego przygotowania. Pierwszy rodzaj scharakteryzuję poprzez następujące pytania:

- (1a) Czy przygotowanie merytoryczne ma składać się po prostu z uczelnianego zestawu przedmiotów matematycznych, uznanych przez matematyków akademickich za niezbędne do uzyskania stopnia licencjata bądź magistra matematyki?
- (1b) Czy uczelniane przygotowanie merytoryczne do zawodu nauczyciela powinno służyć w istotnej swej części do uzupełnienia i pogłębienia matematyki szkolnej?
- (1c) Jaka powinna być wzajemna relacja tych „dwóch matematyk” w uczelnianym kształceniu przyszłego nauczyciela matematyki, w szczególności, czy dyscypliny akademickie powinny być realizowane tak, by student widział ich związek z matematyką szkolną?

W świetle obowiązujących przepisów nauczyciel matematyki to matematyk, a więc zobowiązany jest do zaliczenia przyjętego kanonu przedmiotów z matematyki wyższej, aby można mu było nadać stopień licencjata lub magistra matematyki (w zależności od stopnia studiów). Kwestie związane z potrzebą zaistnienia w kształceniu nauczycieli zarówno matematyki akademickiej, jak i szkolnej poruszyłam szczegółowo w komentarzu do opinii 2.4 w części 2. tego artykułu.

Przejdźmy do realiów. Chodzi o ustalanie wzajemnych relacji między matematyką akademicką i matematyką szkolną w kształceniu nauczycieli na uczelni. Dokonuje się to w praktyce w atmosferze konfliktów interesów różnych stron opracowujących plany studiów, w tym burzliwych sporów, czy na przykład geometria różniczkowa jest niezbędna w podstawowym wykształceniu każdego matematyka, prób kompromisów (często niezadowolających nikogo).

Takie dyskusje na wydziałach są niezmiernie trudne, głównie z racji sztywnych poglądów części akademickich matematyków na kanon wy-

kształcenia matematyka. Dochodzi do tego przekonanie (formułowane jawnie lub nie), że wystarczy uczyć przyszłych nauczycieli jakiegokolwiek matematyki akademickiej; jeśli ktoś ma braki z zakresu matematyki szkolnej, to powinien samodzielnie je uzupełnić i to nie jest żaden problem dla osoby, która sprawdza się jako student matematyki. Wspominałam o takich poglądach i podejściu do problemu, charakteryzując opinie 2.1.2 oraz 2.2.1.

Część matematyków dostrzega, że kandydaci na studia (nie tylko przyszli nauczyciele) mają bardzo niskie kompetencje w zakresie matematyki elementarnej, co się np. ujawnia na ćwiczeniach z analizy matematycznej. Z jednej strony przy budowaniu planów studiów matematycznych trzeba uwzględnić wymagania zawarte w różnych aktach prawnych – patrz np. wykaz efektów kształcenia dla kierunku studiów matematyka, podany w rozporządzeniu (MNiSW, 2011). Z drugiej zaś strony ministerstwo finansuje coraz bardziej okrojoną liczbę godzin na realizację zajęć służących do osiągnięcia tych wszystkich efektów kształcenia.

Niektórzy matematycy twierdzą, że nie ma możliwości i sensu uczyć tego, co powinno być zrobione w szkole; to na szkole trzeba wymusić zmiany, a nie na uczelni wyższej. Niemała grupa widzi potrzebę zorganizowania jakiegoś typu zajęć wyrównawczych lub pomostowych na początku studiów, ale rezygnuje, mając świadomość, że musiałoby się to odbyć kosztem zajęć z matematyki akademickiej. Nie ma bowiem dodatkowych funduszy czy ram prawnych dla takiego rozwiązania.

Jak widać, włączenie elementów matematyki szkolnej do zestawu przedmiotów matematycznych dla przyszłego nauczyciela jest trudne nie tylko z racji „ideologicznych”. Dochodzą liczne ograniczenia finansowo-organizacyjne uczelni:

- wspomniany brak możliwości finansowania zajęć pomostowych na początku studiów;
- brak dodatkowych funduszy na poszerzenie listy przedmiotów dla przyszłych nauczycieli;
- konieczność uczestniczenia w wielu przedmiotach studentów kilku specjalności matematycznych (a zdarza się, że i innych kierunków), aby wydział sprostał wymaganiom tworzenia jak najmniejszej liczby wykładów i grup ćwiczeń;

- niemożność uruchomienia pewnego przedmiotu (bardzo ważnego dla pewnej innej specjalności, np. zaawansowanej topologii dla specjalności teoretycznej), o ile nie będą uczęszczali na ten przedmiot studenci specjalności nauczycielskiej. Nierzadko chodzi nie o jeden przedmiot, tylko o możliwość utworzenia w ogóle pewnej specjalności, o ile – oszczędnościowo – studenci kilku specjalności nie będą uczęszczali wspólnie na pewne przedmioty. Zaznaczam, że czasem chodzi o możliwość uruchomienia właśnie specjalności nauczycielskiej.

Przejdę do drugiego rodzaju problemów przygotowania merytorycznego przyszłych nauczycieli matematyki.

- (2a) Czy matematyka dla przyszłego nauczyciela (dotyczy to zarówno matematyki akademickiej, jak i szkolnej) powinna być przede wszystkim zbiorem wiadomości – podstawowych definicji, twierdzeń, gotowych dowodów, ewentualnie też pewnych technik nawiązujących do tych podstawowych wiadomości?
- (2b) Czy też należy przykładać wagę do obycia przyszłego nauczyciela matematyki z elementami metody matematycznej, w tym z odróżnianiem twierdzeń od definicji, z nauką samodzielnego dowodzenia, z ocenianiem poprawności rozumowania itp.; czy ważne są przykłady i kontrprzykłady, interpretacje (np. geometryczne wizualizacje), zastosowania poza matematyką i związane z tym modelowanie?

Dla matematyka pytanie (2a) brzmi jak prowokacja. Jednakże wobec dwóch faktów:

- bardzo ograniczonego czasu (ze wspomnianych przyczyn finansowych) na zajęcia na uczelni⁷, zarówno w zakresie matematyki szkolnej, jak i akademickiej;
- uczenia niezbyt wybitnych studentów;

tak właśnie w praktyce wygląda ta matematyka dla przyszłego nauczyciela. Brakuje znaczącej ilości czasu na aktywności wymienione w pytaniu drugim. Nie wystarczy bowiem zaprezentowanie od czasu do

⁷Na ogół również wcześniej – na lekcje matematyki w szkole średniej.

czasu gotowego dowodu i nazwanie niektórych zdań definicjami, a innych twierdzeniami, aby student zrozumiał, na czym polega istota metody matematycznej, i umiał radzić sobie z dowodzeniem. Również umiejętności posługiwania się przykładami i kontrprzykładami oraz wizualizacjami większość studentów nie nabędzie automatycznie, zapoznając się z pospiesznie przedstawianymi definicjami i twierdzeniami. Osobną kwestią jest uczenie modelowania, tworzenia modeli matematycznych do zastosowań poza matematyką.

Wątek braku obycia studentów z matematyczną metodologią obecny jest w większości wypowiedzi na temat przygotowania merytorycznego przyszłych nauczycieli, częściej niż informacje o nieznaności jakichś konkretnych ważnych twierdzeń, definicji czy technik (takich jak na przykład rozwiązywanie pewnych typów równań i nierówności). Postulaty na temat potrzeby i – w czasach współczesnych – nietrudnych możliwości wizualizacji pojawiają się głównie w kontekście zastosowania komputerów.

Natomiast potrzeba uczenia przyszłych nauczycieli modelowania i zastosowań zdecydowanie rzadziej poruszana jest w dyskusjach o kształceniu nauczycieli. Zwróćmy uwagę na to, że jeśli podczas kursu analizy matematycznej na uczelni studenci nie mają okazji rozwiązywać zadań optymalizacyjnych (obecnych w zakresie rozszerzonym materiału szkoły średniej), to na ogół nie zostaje poruszony problem wartości największej/najmniejszej funkcji na przedziale otwartym; twierdzenia formułowane są standardowo tylko w stosunku do funkcji określonej na przedziale domkniętym. Wielu nauczycieli szkół średnich zgłaszało mi swój problem – jak teoretycznie z tym sobie poradzić w szkole, tak by było to ściśle i poprawne, a zarazem przekonujące dla uczniów. Zatem włączenie pewnych standardowych zastosowań do kursu analizy matematycznej na studiach zwróciłoby też uwagę wykładowcy na potrzebę pewnej reorganizacji i uzupełnienia podstawowych twierdzeń⁸.

Zauważmy, że do pytań (2a) i (2b) nawiązują bezpośrednio dwa podejścia do oceny kompetencji matematycznych czynnych nauczycieli matematyki, które pojawiły się w raportach z badań przeprowadzonych

⁸Trochę inaczej sformułowanych twierdzeń analizy potrzebują też nauczyciele przy rozwiązywaniu szkolnych zadań z analizy matematycznej, gdy w zadaniu pojawiają się parametry.

w ramach Instytutu Badań Edukacyjnych, omawianych powyżej w rozdziale III, zwłaszcza uwagi w raporcie (Karpiński i Zambrowska, 2015). Odnotowany przez badaczy „brak swobody” w poruszaniu się po matematyce dotyczył głównie zagadnień posługiwania się matematyczną metodą (sprawa była tam jeszcze trudniejsza, gdyż chodziło o umiejętność wspomagania uczniów w jej opanowywaniu). Natomiast przekazywanie wiadomości i podstawowych umiejętności nie stanowiło dla większości obserwowanych nauczycieli problemu.

Podczas etapu przygotowania do zawodu na uczelni wyższej student ma szansę zdążyć się zapoznać zaledwie ze wstępnymi informacjami i umiejętnościami na temat sposobu organizacji nauczania w szkole, przepisów, materiałów i dokumentacji, metod nauczania, różnych potrzeb uczniów itp. Obawiam się, że wymaganie od uczelni wyższej, aby w ramach tego wstępnego etapu przygotowywania studenta do zawodu nauczyciela matematyki spowodowała również, by istotnie większa niż obecnie część nauczycieli „poczula się bardziej swobodnie w matematyce”, nie ma szans na powodzenie. Wymaga to bowiem przede wszystkim sporej ilości dodatkowego czasu, którego nie da się wygospodarować ani na zajęciach z zakresu merytorycznego, ani na wprowadzeniu do dydaktyki matematyki. Uzyskanie kompetencji wskazanych w raportach (Karpiński i Zambrowska, 2015) oraz (Karpiński, Grudniewska i Zambrowska, 2013) wymaga kolejnego etapu kształcenia nauczycieli, jak na przykład ukierunkowane specjalnie na to studia podyplomowe na wydziale matematycznym.

Osobnym problemem jest dla mnie kwestia, czy do takiego sposobu poruszania się po matematyce oraz wspomagania i oceniania rozumowania ucznia można przygotować naprawdę każdego nauczyciela. Może do nabrania umiejętności takiego sposobu pracy z uczniami – na wyższym poziomie – potrzeba nie tylko czasu, ale przede wszystkim specjalnych predyspozycji nauczyciela? Ta ostatnia wątpliwość przychodzi mi do głowy w wyniku moich doświadczeń zebranych podczas zajęć, na których studenci zajmowali się ocenianiem uczniowskich rozwiązań zadań maturalnych na dowodzenie. Otóż trudności większości studentów ze znalezieniem błędów w rozumowaniach uczniów są ogromne, wielu trudno przekonać po wskazaniu im błędu lub luki w rozumowaniu ucznia. Z trudniejszymi przypadkami radzą sobie w tym zakresie i reagują na

przycaczane argumenty jedynie pojedynczy studenci. Nie ukrywam, że w związku z tym zawsze było dla mnie zagadką, jak egzaminatorzy radzą sobie z ocenianiem tego typu zadań podczas prawdziwej matury (dowiedziałam się nieoficjalnie, że uczniowie na ogół opuszczają zadania na dowodzenie, a gdy już podejmują taką próbę, to nie patrzy się na rozumowanie nadmiernie krytycznie).

Wspomniałam o potrzebie organizacji specjalnego doszkalania nauczycieli, zwłaszcza o odpowiednich predyspozycjach, już po wstępnym zapoznaniu się przez nich na uczelni z problemami merytoryczno-dydaktycznymi z zakresu szkoły średniej. Widzę też jeszcze inną, może nawet ważniejszą i skuteczniejszą drogę (przydatną zresztą nie tylko dla nauczycieli, ale też i dla lepszych uczniów, samodzielnie korzystających z podręczników).

Otóż w cytowanych raportach z badań mowa była o tym, że nauczyciele czerpią sporą część wiedzy teoretycznej oraz rozwiązań metodycznych z podręczników szkolnych. Zaznaczam, że nie przypominam sobie żadnego podręcznika do gimnazjum lub liceum, w którym autorzy pokazaliby w sposób usystematyzowany, jak nauczyć się dowodzenia podanych stwierdzeń i wyjaśnialiby na przykładach, czym różni się dowód od innego rodzaju sprawdzania w matematyce. Przydałyby się też przykłady błędnych dowodów, by uczniowie mogli sami wskazywać błędy. Może zatem warto zacząć od wypracowywania koncepcji dydaktycznych nauki dowodzenia w podręcznikach szkolnych i materiałach metodycznych dla nauczycieli, bo na razie przyszli nauczyciele uczą się dowodzenia późno, często dopiero na studiach wyższych (zwłaszcza gdy mieli w szkole tylko matematykę w zakresie podstawowym). Na studiach zaś często polega to na obserwowaniu pokazywanych im gotowych dowodów, bez próby heurystyki, zwykle przy zaawansowanym pojęciowo materiale.

Matematycy akademicy oczekują niejednokrotnie, że wszystkie problemy związane z matematyką szkolną zostaną przejęte przez zajęcia przygotowania nauczycielskiego. Z kolei osoby prowadzące zajęcia z modułów przygotowania nauczycielskiego uważają często przeciwnie – że zajęcia te są nie po to, by uczyć studentów matematyki, tylko by wykształconych matematycznie studentów wprowadzać w metodykę nauczania matematyki w szkole i w funkcjonowanie w roli nauczyciela.

Zatem trzeci z problemów dotyczących przygotowania merytorycznego nauczycieli sformułuję następująco:

- (3) Czy pedagodzy i dydaktycy matematyki mogą oczekiwać, że przygotowanie merytoryczne zostanie zrealizowane poza ich modułami przygotowania nauczycielskiego – w ramach zajęć obowiązkowych z matematyki?

Oczekiwania takie dostrzec można, obserwując dyskusje pedagogów postulujących organizowanie kształcenia nauczycieli matematyki w oderwaniu od organizacji zajęć matematycznych na wydziałach kierunkowych. Również teoretyczna analiza zakresu zagadnień przewidzianych do realizacji w ramach dydaktyki przedmiotu w obowiązujących standardach kształcenia nauczycieli (MNiSW, 2012), skłania do dania twierdzącej odpowiedzi na postawione pytanie (choć wymienione w dokumencie treści kształcenia dotyczą łącznie wszystkich przedmiotów, nie ma osobnych treści dla matematyki). Nie pojawiają się tam bowiem ani zagadnienia, które dotyczyłyby uzupełniania przygotowania studenta w zakresie szkolnego ujęcia danej dziedziny wiedzy, ani – co już bardziej dziwi – zagadnienia dotyczące związku kompetencji dydaktycznych z merytoryczną stroną tej dziedziny.

Postulat, aby przyszły nauczyciel był już w pełni przygotowany merytorycznie w zakresie matematyki przed rozpoczęciem zajęć przygotowania dydaktycznego, sformułowała *explicite* Z. Krygowska (1965; cytowane za (Turnau, 2003: 233)).

Studium metodyki nauczania matematyki tylko w przypadkach wyjątkowych, w związku z opracowaniem niewielu tematów, powinno zawierać także pewne nowe elementy kształcenia merytorycznego, a więc zupełnie nowe dla studentów wiadomości z samej matematyki. Zakłada się, że student przystępujący do studiowania metodyki rozporządza w zasadzie pełnym przygotowaniem matematycznym, które tu jest potrzebne.

W praktyce jednak nie widzę ani możliwości, ani sensu formułowania postulatu, by studenci rozpoczynający zajęcia z dydaktyki matematyki i praktyki nauczania matematyki w szkole byli w pełni przygotowani merytorycznie. Pewna część przygotowania merytorycznego z matematyki szkolnej (ale z pewnością nie całe przygotowanie w tym zakresie!)

powinna mieć miejsce również w ramach modułu dydaktycznego. Aby ocenić, jaka to powinna być część, wyróżniam poniżej kilka obszarów pracy studentów nad matematyką szkolną, wskazując równocześnie zajęcia, w ramach których taka praca mogłaby mieć miejsce:

- uzupełnienie wiadomości i umiejętności z zasadniczego materiału do matury rozszerzonej włącznie (materiał ujęty w podstawie programowej, podręcznikach, zestawach zadań egzaminacyjnych); powinno to mieć miejsce zarówno podczas zajęć matematycznych (pierwsze – wstępne podejście), jak i podczas zajęć z dydaktyki matematyki (byłoby to drugie podejście – uzupełniające i pogłębiające wcześniej uzyskane wiadomości i umiejętności);
- rozwiązywanie trudniejszych zadań (głównie z poziomu szkoły podstawowej i gimnazjum bądź nowej 8-letniej szkoły podstawowej) o charakterze konkursowym, wiążących wiadomości i metody z różnych działów matematyki, jak również zadań z zastosowaniami matematyki w życiu codziennym i w innych dziedzinach nauki; powinno to przebiegać głównie na zajęciach z dydaktyki matematyki, ewentualnie zajęciach fakultatywnych z tej dziedziny; ważne jest, by studenci nauczyli się rozwiązywać trudniejsze zadania metodami dostępnymi dla zdolnych uczniów danego etapu edukacyjnego, jak również dyskutować nad poprawnością rozwiązań uczniowskich takich zadań;
- nauka na zajęciach z matematyki (zarówno akademickiej, jak i szkolnej) posługiwania się matematyczną metodą – zwłaszcza nauka dowodzenia (a nie tylko odtwarzania gotowych dowodów), interpretacji, modelowania;
- poznawanie różnych zastosowań matematyki i ciekawostek, aby z jednej strony co najmniej od czasu do czasu zaciekawić czymś na lekcji matematyki również ucznia niezainteresowanego standardową matematyką szkolną lub mającego z nią trudności, aby umieć zmotywować go do codziennej męczącej i niewdzięcznej ciężkiej pracy nad tą dziedziną, z drugiej zaś – aby mieć materiał do pracy z uczniami o zainteresowaniach z zakresu nauk ścisłych; służyć temu powinny głównie zajęcia fakultatywne, ale trochę czasu można

wygoszparować na zajęciach z dydaktyki matematyki (oczywiście, mile widziane byłoby to też na zajęciach z matematyki akademickiej).

Jak widać, tylko niewielką część powyższych zagadnień można uwzględnić w programie zajęć z dydaktyki matematyki. Zajęcia te mają przede wszystkim służyć przygotowaniu studenta do obejmującego wiele aspektów wejścia w rolę nauczyciela matematyki (omawiałam to powyżej w komentarzu do opinii 2.5.1 i 2.5.2) i nie mogą przejąć całego ciężaru pracy studenta nad uzupełnieniem i pogłębieniem umiejętności z zakresu matematyki szkolnej.

8. Podsumowanie – co w przygotowaniu merytorycznym przyszłych nauczycieli można realnie poprawić

Dokonany w artykule przegląd opinii osób odpowiedzialnych za kształcenie nauczycieli matematyki, skonfrontowany z problemami finansowo-organizacyjnymi uczelni przy planowaniu studiów, nastroja ją raczej pesymistycznie. Głównym problemem jest to, że poglądy i interesy rozmaitych osób odpowiedzialnych za przygotowanie merytoryczne nauczycieli matematyki oraz zainteresowanych tym kształceniem są tak od siebie odległe, że sytuacja wygląda na patową.

Zastanówmy się jednak, czy na pewno nic nie da się zrobić, by kształtować świadomość zakresu potrzeb przyszłych nauczycieli w środowisku akademickim, włączać niektórych matematyków do współpracy, a w rezultacie stopniowo – zapewne bardzo powoli – poprawiać przygotowanie merytoryczne przyszłych nauczycieli. Jest to trudne, zwłaszcza globalnie, dla całej Polski, ale może się udać jako ruch inicjatyw oddolnych realizowanych w poszczególnych uczelniach kształcących nauczycieli. Często różne uczelnie będą to realizować w różny sposób, w zależności od lokalnych możliwości i umiejętności, od chęci działania poszczególnych nauczycieli akademickich.

Uważam, że trzeba skrupulatnie wykorzystywać wszelkie pojawiające się okazje, zbierając przy okazji doświadczenia. Uważam też, że warto byłoby zainicjować wymianę pomysłów i doświadczeń między różnymi uczelniami kształcącymi przyszłych nauczycieli matematyki.

Poniżej, nawiązując do zakresu materiału i umiejętności zarysowanego pod koniec rozdziału 7., napiszę o przemyśleniach, pomysłach i doświadczeniach przy organizacji kształcenia nauczycieli matematyki na Uniwersytecie Gdańskim.

8.1. Problem instytucjonalizacji zajęć wyrównujących wiedzę i umiejętności ze szkolnego zakresu rozszerzonego na początku studiów – włączenie do planu studiów

Wymaganie od kandydatów na studia matematyczne, w tym na specjalności nauczycielskiej, by byli po matematyce szkolnej w zakresie rozszerzonym, zdawali maturę w zakresie rozszerzonym i jeszcze osiągnęli wysokie noty jest nierealne – po prostu uczelnie nie miałyby takich kandydatów.

Środowisko matematyków akademickich jest na ogół świadome tego, że zdecydowanej większości studentów potrzebne są zajęcia pomostowo-wyrównawcze, nie tylko przyszłym nauczycielom. Jednak właśnie w przypadku tego rodzaju zajęć konieczne jest rozwiązanie systemowe, które zachęcałoby uczelnie do ich uruchamiania, przydzielając na to stosowne środki materialne. Należałoby rozważyć, których przedmiotów szkolnych to powinno dotyczyć, ale z pewnością matematyka byłaby na tej liście, bo takie potrzeby zgłaszają praktycznie wszystkie kierunki studiów, na których metody matematyczne są używane.

Są uczelnie, które próbują sobie z tym jakoś radzić we własnym zakresie; częściej obserwuję to na zamożniejszych uczelniach technicznych. W przypadku kształcenia nauczycieli zainteresowane takim polepszeniem startu studentów mogłyby być, niestety, tylko szkoły zatrudniające absolwentów (ewentualnie zawiadujące tym jednostki samorządu terytorialnego), a one oczywiście nie są w stanie wesprzeć uczelni w sposób materialny, zwłaszcza na stałe. Na organizację takich zajęć, aby miały naprawdę jakiś sens, potrzeba – jak szacowaliśmy – minimum 120 godzin, przy czym zdecydowana większość tych zajęć powinna polegać na aktywnościach studentów, nie na wykładzie.

Na razie takie zajęcia pomostowe, o ile się odbywają, są finansowane są w ramach doraźnych projektów, grantów lub tzw. innowacji dydaktycznych uczelni. Warto i tę drogę próbować wykorzystać, ale potrzebne jest rozwiązanie zdecydowanie bardziej stabilne i globalne.

8.2. Specjalne zajęcia z zakresu przygotowania merytorycznego do zawodu nauczyciela matematyki w planie studiów

Zajęcia pomostowe, nawet jeśli się odbywają, nie załatwiają sprawy potrzeby drugiego poziomu podejścia do matematyki szkolnej przez przyszłego nauczyciela matematyki, realizowanego poprzez specjalne przedmioty matematyczne.

Na Uniwersytecie Gdańskim mamy w ramach przygotowania merytorycznego do nauczania w szkole średniej następujące, wprowadzone na stałe przedmioty:

- *Funkcje elementarne* (uzupełnienie i poszerzenie wiadomości i umiejętności w zakresie liczb, funkcji, równań i nierówności; wizualizacja pojęć za pomocą programów komputerowych, zastosowania poza matematyką);
- *Geometria elementarna* (uzupełnienie i poszerzenie wiadomości i umiejętności w zakresie planimetrii, włączając konstrukcje geometryczne, oraz stereometrii; wizualizacja za pomocą programów komputerowych).

Niestety, na razie nie udało się wygospodarować godzin na włączenie do programu studiów dodatkowo specjalnego przedmiotu uzupełniającego i pogłębiającego szkolne podejście do statystyki opisowej, kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa.

Nie udało nam się też – mimo wielu próśb ze strony studentów – stworzyć trwałych seminariów, które prowadziłyby do powstawania znaczącej liczby prac licencjackich i magisterskich o tematyce nawiązującej do zajęć bloku nauczycielskiego. Niełatwo przekonać środowisko akademickie do takiego rodzaju prac, jest również problem kadrowy, gdyż zgodnie z przepisami pracami tymi powinni opiekować się pracownicy habilitowani.

Z kolei w ramach przygotowania merytorycznego do nauczania w szkole podstawowej i gimnazjum (od bieżącej reformy – szkoły podstawowej ośmioletniej) materiał szkolny pogłębiany jest poprzez rozwiązywanie zadań trudniejszych i nietypowych, konkursowych, w tym zadań uczących dowodzenia, posługiwania się logiczną dedukcją i oceniania podanego rozumowania. Odbywa się to głównie w ramach zajęć z dydaktyki

matematyki, częściowo też w ramach niektórych wymienionych poniżej zajęć fakultatywnych.

W rozdziale 6. zwróciłam uwagę, iż pożądane jest, aby przyszły nauczyciel rozpoznał u siebie jakieś specjalne predyspozycje zawodowe, na przykład do pracy z uczniami po niepowodzeniach z matematyki, albo przeciwnie – do przygotowywania najbardziej uzdolnionych uczniów do konkursów matematycznych lub do w różny sposób rozumianego popularyzowania matematyki. Byłoby dobrze, gdyby na studiach nauczycielskich była okazja do rozpoznania takich cech osobowościowych i predyspozycji oraz do wspomagania studenta w ich rozwoju. Nie ma wystarczających możliwości czasowych na to w trakcie zajęć z dydaktyki matematyki (z wyjątkiem drobnych wzmianek na ten temat). Pożyteczne i wskazane byłoby więc organizowanie dodatkowo zajęć fakultatywnych poświęconych takim problemom.

Podjęliśmy takie wyzwanie na Uniwersytecie Gdańskim, z jednej strony angażując studentów do przygotowywania imprez popularyzujących matematykę, z drugiej zaś proponując na nauczycielskich studiach magisterskich do wyboru takie zajęcia, jak: „Historia matematyki”, „Programy edukacyjne”, „Modelowanie wybranych pojęć matematycznych”, „Nauczanie matematyki uczniów ze specyficznymi potrzebami edukacyjnymi”, „Rozwijanie uzdolnień matematycznych uczniów”, „Szkolne aspekty zastosowań matematyki”.

9. Zakończenie

Poruszę tu jeszcze dwie kwestie związane z organizacją studiów dla przyszłych nauczycieli matematyki.

Czy nauczyciele matematyki powinni być kształceni na wydziałach matematycznych, czy poza nimi?

Dla mnie odpowiedź jest jednoznaczna już na podstawie zestawienia ze sobą dwóch wizji tego kształcenia, zaprezentowanych we wstępnej części artykułu.

Jeśli zależy nam na właściwym przygotowaniu merytorycznym przyszłych nauczycieli oraz na przygotowaniu dydaktycznym powiązanym z matematyką, to nie pozwólmy na realizację tego kształcenia poza wydziałem matematycznym. Nie ma szans bowiem na to, aby w przygoto-

waniu poza wydziałem matematycznym na pierwszym miejscu było poznawanie specyfiki matematyki. Nawet jeśli zatrudnieni będą przy tym matematycy, to będą mieli niewielkie możliwości i zbyt małą liczbę godzin, gdyż prawie na pewno inaczej zostaną ustawione priorytety; na wszelki wypadek jeszcze raz odsyłam do części wstępnej artykułu, gdzie zamieściłam cytaty z raportu (Grudzińska (red.), 2017). Spodziewam się raczej wyraźnej u wielu pedagogów dążności do wskazywania studentom uniwersalnych metod i idei, które na ogół powstawały w kontekście humanistyki i zupełnie nie przystają do matematyki i jej nauczania.

Zatem choć nie jest to łatwe i przyjemne, spierajmy się na temat matematyki i dydaktyki matematyki wewnątrz środowiska matematyków (mam tu na myśli matematyków akademickich, dydaktyków matematyki oraz nauczycieli matematyki). Starajmy się znajdować płaszczyznę współpracy w zakresie kształcenia nauczycieli. Dobrym pomysłem na początek może być na przykład popularyzacja matematyki. Próbujmy wykonywać kolejne kroczki w kierunku uświadamiania sobie i innym, na czym polega dobre nauczanie matematyki.

Celowo piszę tu łącznie o przygotowaniu w zakresie merytorycznym i w zakresie dydaktycznym, bo uważam te kategorie za nierozdzielne w pracy nauczycieli, a więc i w ich kształceniu. Dlatego w rozdziale 4. podkreśliłam mocno wynik badań (Czajkowska, Grochowalska i Orzechowska, 2015) – stwierdzenie istnienia bardzo silnej zależności między umiejętnościami matematycznymi i dydaktycznymi nauczycieli.

Czy specjalność nauczycielska powinna mieć osobne studia, z osobnym przygotowaniem w zakresie matematyki?

Myślę, że na to pytanie nie ma jednoznacznej odpowiedzi – są argumenty za i przeciw. Teoretycznie zajęcia matematyczne dla przyszłych nauczycieli można by zorganizować nieco inaczej niż dla innych specjalności, nawet przy założeniu, że nauczyciel matematyki jako matematyk ma w czasie studiów zaliczyć wiele przedmiotów, które nie przydadzą mu się bezpośrednio do pracy w szkole. Potrzebny tu jest konstruktywny przykład takiego rozwiązania, rzeczywiście wychodzący naprzeciw oczekiwaniom środowiska nauczycielskiego, o ile jakaś uczelnia będzie mogła na to sobie pozwolić oraz znajdzie zespół matematyków, którzy z przekonaniem podejmą się realizacji takiego programu matematyki.

Zaznaczę równocześnie, że mam osobiste doświadczenia ze studiami, podczas których na początku odizolowano specjalność nauczycielską od innych (osobny wykład z analizy, algebry itd., grupy ćwiczeniowe składające się tylko ze studentów specjalności nauczycielskiej). Nie były to jednak przedmioty matematyczne prowadzone aktywnymi metodami, z nawiązaniem do pogłębiania matematyki szkolnej. Powiedzmy wprost – była to po prostu nieco uboższa wersja matematyki niż na pozostałych specjalnościach, ze wstępnym założeniem (zupełnie niesprawdzającym się w przypadku części studentów z mojego roku), że uczy się tu gorszy rodzaj studentów. Z kolei później mieliśmy kłopoty na seminariach magisterskich i zajęciach z nimi związanych, bo po prostu wielu zagadnień z matematyki nie było w naszym nauczycielskim kursie.

Myślę, że gdyby teraz odizolować kształcenie matematyczne od specjalności nauczycielskiej, mogłoby to mieć podobne wady. Dlatego nie jestem zwolenniczką całkowitego oddzielenia kształcenia przyszłych nauczycieli od kształcenia matematyków innych specjalności. Natomiast należy wydzielić przyszłym nauczycielom autonomiczną ścieżkę kształcenia – z możliwością uzupełnienia i pogłębienia matematyki szkolnej.

Studenci i nauczyciele, pytani o sens organizowania takich odizolowanych studiów nauczycielskich, wyrażają bardzo różne opinie. Poglądy te zmieniają się dość często w zależności od doświadczeń w studiowaniu i dostrzegania różnych możliwości na rynku pracy. Niektórzy przyszli nauczyciele oczekują, co prawda, studiów ukierunkowanych głównie na przygotowanie do tego zawodu – zajmowania się przede wszystkim matematyką, której będą uczyć w szkole oraz metodyki pracy z nią. Równocześnie jednak mnóstwo osób chciałoby uniwersalnych studiów, które dają możliwość łatwego przekwalifikowania się i pracy także poza szkołą.

Studia ukierunkowane na kształcenie nauczycieli z reguły nie mają szans spełnienia warunków, jakich wymaga tytuł magistra matematyki. Większość absolwentów specjalności nauczycielskich jest żywotnie zainteresowana uzyskaniem tego stopnia – ze względu na wymagania dyrekcji szkół, większą łatwość w przenoszeniu się między różnymi typami szkół (z racji reform w edukacji, możliwości pracy w lepszej szkole itp.). Stąd też wzięło się ograniczone zainteresowanie na przykład kolegiami nauczycielskimi nieprowadzącymi do uzyskania stopnia magistra, mimo niejednokrotnie bardzo ciekawej i sensownej oferty kształcenia.

O tym, że studenci szukają często studiów, których ukończenie nie zawęży ich możliwości podjęcia pracy wyłącznie do szkoły, świadczą też dane uzyskane podczas międzynarodowego badania TEDS-M (Czajkowska, Jasińska i Sitek, 2010:19):

Przyszli nauczyciele mają różne wyobrażenia o swojej przyszłości zawodowej. Wprawdzie większość z nich wiąże ją z uczeniem w szkole, to taka postawa nie jest powszechna. W Polsce odsetek osób, którzy spodziewają się, że będą uczyć w szkole przez całe życie jest jednym z najniższych spośród wszystkich krajów uczestniczących w badaniu. Co czwarty student matematyki w Polsce uważa, że być może podejmie pracę w szkole do czasu znalezienia lepszej pracy. 12% studentów I stopnia twierdzi, że prawdopodobnie nie będzie szukać pracy w szkole – wśród studentów studiów jednolitych magisterskich jest to aż 23% studentów.

Zatem dobrym rozwiązaniem byłoby zredagowanie dokumentu ministerialnego – standardów kształcenia nauczycieli w taki sposób, aby możliwe było:

- tworzenie różnych modeli kształcenia nauczycieli, w tym zarówno w ramach kształcenia matematyków, jak i osobno;
- organizowanie tego kształcenia zarówno etapami (niższy stopień studiów daje już uprawnienia – tylko do pewnych typów szkół), jak i uzyskiwania pełnych uprawnień dopiero na studiach magisterskich;
- prowadzenie przez uczelnie, które są tym zainteresowane, jednolitych pięcioletnich studiów nauczycielskich (które przede wszystkim są łatwiejsze do zorganizowania), ale równocześnie niedobrze by było, gdyby stało się to obowiązkowe (jak to postulują pedagodzy, por. cytat przytoczony we wstępnej części artykułu).

I najważniejsze. Nie ma jednej drogi wiodącej do dobrego nauczania matematyki. Bardzo ważne i wręcz konieczne jest nastawienie absolwenta studiów nauczycielskich na ciągły rozwój, na zbieranie i wymianę doświadczeń, na wiązanie poszczególnych elementów wiedzy merytorycznej i dydaktycznej, czasem też na zmienianie swoich nawyków. Studia

powinny wprowadzać w to młodego człowieka, nie zostawiając go wyposażonego jedynie w ogólne wzniosłe postulaty i idee.

Literatura

Czajkowska M., Grochowalska M., Orzechowska M.: 2015, *Potrzeby nauczycieli edukacji wczesnoszkolnej i nauczycieli matematyki w zakresie rozwoju zawodowego*, Raport z badania Pracowni Instytutu Badań Edukacyjnych, Warszawa. <http://www.ibe.edu.pl/pl/o-instytucie/aktualnosci/528-nauczyciele-i-matematyka>, [dostęp: 28.10.2017].

Czajkowska M., Jasieńska M., Sitek M.: 2010, *Kształcenie nauczycieli w Polsce. Wyniki międzynarodowego badania TEDS-M 2008*, Instytut Filozofii i Socjologii PAN, Warszawa. https://www.researchgate.net/publication/297460869_M_Czajkowska_A_Jasinska_M_Sitek_2010_Kształcenie_nauczycieli_w_Polsce_Wyniki_miedzynarodowego_badiani_TEDS-M_2008_Warszawa_instytut_Filozofii_i_Socjologii_PAN, [dostęp: 28.10.2017].

Dąbrowski M.: 1990, *Jak przyszli nauczyciele oceniają poprawność rozumowań matematycznych?*, Roczniki Polskiego Towarzystwa Matematycznego, seria II, „Wiadomości Matematyczne” 28 (2), 229–238.

Demby A.: 2016, *Czy bycia nauczycielem można się nauczyć? Refleksje*. „Zachodniopomorski Dwumiesięcznik Oświatowy” 3 (Maj/Czerwiec), Zachodniopomorskie Centrum Doskonalenia Nauczycieli, 8–13.

Grudzińska Z. (red.): *Raport zbiorczy z przebiegu debat „gwiazdistych”: „Jak kształcić nauczycieli XXI wieku”*, Akademia Pedagogiki Specjalnej im. Marii Grzegorzewskiej; Instytut Pedagogiki Wydziału Nauk Społecznych, Uniwersytet Gdański; Wydział Nauk Humanistycznych, Katolicki Uniwersytet Lubelski; Wydział Nauk Społecznych, Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego; „Przygotowanie do zawodu nauczyciela: realia>dylematy>wyzwania”, Wydział Pedagogiczny, Uniwersytet Warszawski; inicjatywa i opracowanie: Ruch Społeczny Obywatele dla Edukacji, Fundacja EduTank. <http://obywatele dla edukacji.org/aktualnosci/debaty-uniwersyteckie-ksztalcic-nauczycieli-raport/>, [dostęp: 28.10.2017].

K a r p i ń s k i M., G r u d n i e w s k a M., Z a m b r o w s k a M.: 2013, *Nauczanie matematyki w gimnazjum. Raport z badania*, IBE, Warszawa.

<http://eduentuzjasci.pl/badanie/183-publicacje/raport/raport-z-badania/nauczanie-matematyki-w-gimnazjum/966-nauczanie-matematyki-w-gimnazjum>, [dostęp: 30.10.2017].

K a r p i ń s k i M., Z a m b r o w s k a M.: 2015, *Nauczanie matematyki w szkole podstawowej. Raport z badania*, IBE, Warszawa.

<http://eduentuzjasci.pl/component/itpgooglesearch/search.html?q=nauczanie+matematyki+raport>, [dostęp: 30.10.2017].

K o r c z M.: 2010, *Kształcenie nauczycieli matematyki*, w: K ą k o l H. (red.): *Co dalej z dydaktyką matematyki?* Roczniki Polskiego Towarzystwa Matematycznego, seria II, „Wiadomości Matematyczne” 46 (2), 207–209.

K r y g o w s k a Z.: 1965, *Założenia konstrukcji i doboru problematyki w szkołach wyższych kształcących nauczycieli*, Prace z Dydaktyki Szkoły Wyższej, Wyższa Szkoła Pedagogiczna w Krakowie, Kraków, 50–52 [cytowane za (Turnau, 2003)].

M E N i S: 2004, *Rozporządzenie Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego z dnia 7 września 2004 r. w sprawie standardów kształcenia nauczycieli*, Dziennik Ustaw nr 207, poz. 2110.

M N i S W: 2011, *Rozporządzenie Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego z dnia 4 listopada 2011 r. w sprawie wzorcowych efektów kształcenia*, Dziennik Ustaw nr 253, poz. 1521.

M N i S W: 2012, *Rozporządzenie Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego z dnia 17 stycznia 2012 r. w sprawie standardów kształcenia przygotowującego do wykonywania zawodu nauczyciela*, Dziennik Ustaw nr 25, poz.131.

N I K: *Informacja o wynikach kontroli: Przygotowanie do wykonywania zawodu nauczyciela*, Departament Nauki, Oświaty i Dziedzictwa Narodowego, Najwyższa Izba Kontroli, Warszawa, 24.03.2017.

<https://www.nik.gov.pl/kontrole/P/16/021/>, [dostęp 28.10.17].

T u r n a u S.: 2003, *Kształcenie nauczycieli matematyki – u nas i gdzie indziej*, „Dydaktyka Matematyki” 25, 231–240.

**The subject matter preparation of mathematics teachers.
What does it mean?**

Summary

Prevailing attitude of most mathematicians is that the subject matter preparation is the most important component of the initial education of the prospective mathematics teacher. On the other hand, a large part of general educationists, influential in teachers' education, does not appreciate the importance and complexity of the acquisition of the content knowledge (necessary for successful teaching of mathematics) and vastness of problems involved in it. They claim that what is crucial is the personality of the teacher and that adequate preparation to the teacher's job consists in acquisition of general theories, principles of modern progressive education, and creative learning.

The paper's objective is to analyze the concept of subject matter preparation, the opinions on it expressed by university mathematicians, by school teachers, and by general educators. Conclusions of some studies (assessing teachers' mathematical competence TEDS-M and other) are discussed. The question of predisposition to the teacher profession is also considered.

Prospective mathematics teachers need additional classes to augment and deepen their knowledge of secondary school mathematics, particularly in solving more difficult school problems. Suggestions of how to organize more effective activities for prospective mathematics teachers are confronted with limitations, financial and legal, in the university realities.

