

Ćwierć wieku modernizacji nauczania matematyki. Pedagogiczna analiza sposobów i konsekwencji wprowadzania idei *nowej matematyki* do edukacji matematycznej dzieci¹

Edyta Gruszczyk-Kolczyńska

Akademia Pedagogiki Specjalnej w Warszawie
edyta.g.k@gmail.com

Streszczenie

W artykule przedstawiam pedagogiczną analizę historii wdrażania idei *nowej matematyki* w ramach modernizacji edukacji matematycznej w wychowaniu przedszkolnym i w nauczaniu początkowym. Czytelnicy zainteresowani argumentami dydaktyków matematyki odnośnie wdrażania tej modernizacji do systemu matematycznego kształcenia w Polsce mogą sięgnąć do rozprawy Z. Krygowskiej *Koncepcja powszechnego matematycznego kształcenia w reformach programów szkolnych z lat 1960–1980*. Wszak modernizację matematycznego kształcenia wprowadzano na wszystkich etapach szkolnej edukacji.

W czasie modernizacji edukacji matematycznej najwięcej zmian wprowadzono do kształcenia dzieci. Zmieniono założenia procesu nauczania oraz treści matematycznej edukacji dzieci, metody i środki dydaktyczne. Żeby pokazać skalę wprowadzanych zmian, omawiam:

- powody, dla których rozpoczęto modernizację nauczania początkowego matematyki, w tym: a) wyniki badań z lat pięćdziesiątych wskazujące na niepokojąco niski poziom wiadomości i umiejętności matematycznych uczniów, b) wydarzenia świadczące o fascynacji koncepcją *nowej matematyki* realizowaną w krajach zachodnich;
- burzliwą historię modernizacji edukacji matematycznej dzieci w Polsce, w tym: a) eksperyment krakowski polegający na wdrażaniu idei *nowej matematyki* w kształceniu dzieci w latach 1961–1964 i rozszerzenie tego eksperymentu w polskiej edukacji, b) wdrażanie *nowej matematyki* w ramach modernizacji nauczania początkowego: programy edukacyjne, zalecane metody i środki dydaktyczne, przygotowanie nauczycieli do prowadzenia zajęć z dziećmi zgodnie z nową koncepcją matematycznego

¹W artykule tym korzystam z publikacji E. Gruszczyk-Kolczyńska. M. Zambrowska: *Klocki Dienesa. Jak wspomagać rozwój logicznego myślenia? Przewodnik metodyczny*, w druku.

kształcenia, c) ważniejsze powody odstąpienia od modernizacji nauczania początkowego matematyki dzieci, d) programy autorskie opracowane po formalnym zakończeniu modernizacji nauczania matematyki na poziomie edukacji wczesnoszkolnej.

Na podstawie analizy treści kształcenia z obszaru *Zbiory i ich elementy* w programach edukacyjnych dla przedszkoli i klas początkowych opracowanych w konwencji *nowej matematyki* wskażę poważne uchybienia psychologiczne i pedagogiczne. Postaram się także wyjaśnić, dlaczego przez ćwierć wieku wdrażania idei *nowej matematyki* w Polsce nie dostrzeżono, że propagowane wówczas treści kształcenia w bloku *Zbiory i ich elementy* rozmiągają się z możliwościami umysłowymi przedszkolaków i uczniów klas początkowych.

Na koniec zasygnalizuję spustoszenia w polskiej dydaktyce i metodyce matematycznego kształcenia dzieci spowodowane wdrażaniem przez ćwierć wieku idei *nowej matematyki*. Skutki te odczuwamy do dziś, chociaż po części są ukryte pod zaleceniami z lat dziewięćdziesiątych odnośnie realizowania idei zintegrowanego kształcenia.

1. Wprowadzenie

W czasopiśmie „Matematyczna Edukacja Dzieci” nr 1 opisałam aktualne rozmiary kryzysu edukacji matematycznej dzieci². Zawarłam w nim ważniejsze wnioski z badań nad niepowodzeniami w nauce matematyki prowadzonych od bodaj 40 lat³. W nurcie tych badań mieszczą się też studia nad historią edukacji matematycznej dzieci w Polsce, szczególnie najnowszą. W tym artykule przedstawiam ważniejsze ustalenia pedagogiczne wynikające z tych fascynujących studiów. Skupiam się na założeniach, programach edukacyjnych i sposobach wdrażania przez ponad ćwierć wieku idei *nowej matematyki* do edukacji dzieci. Omawiam przyczyny zrezygnowania z tej koncepcji edukacyjnej i wskazuję na odczuwane do dzisiaj fatalne konsekwencje wprowadzonych wówczas zmian.

²Gruszczyk-Kolczyńska E., *O kryzysie edukacji matematycznej dzieci. Rozpaczliwe wołania o działania naprawcze*, „Matematyczna Edukacja Dzieci”, 2016, nr 1, s. 5–41.

³Wyniki tych badań przedstawiam w publikacjach: *Niepowodzenia w uczeniu się matematyki u dzieci z klas początkowych. Diagnoza i terapia*, Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego, Katowice 1985; *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki. Przyczyny, diagnoza, zajęcia dydaktyczno-wyrównawcze*, WSiP, Warszawa 1992 i 13 późniejszych wydań oraz w licznych artykułach naukowych i publicystycznych.

Zamierzam też przekonać Czytelników do korzyści z rozpatrywania problemów edukacji matematycznej na tle historii pedagogiki. Przyjęcie dalszej perspektywy pomaga bowiem lepiej oddzielać ziarna od plew w ustalaniu przyczyn obecnego kryzysu w edukacji matematycznej i formułować trafniejsze wnioski odnośnie działań naprawczych.

Świadomie zrezygnowałam z przedstawienia argumentów dydaktyków matematyki przemawiających za koniecznością rozpoczęcia modernizacji i realizowania jej przez długie lata. Są one na tyle ważne, że należy je zaprezentować w osobnym artykule, a Czytelnicy zainteresowani nimi znajdą je w publikacji Z. Krygowskiej⁴. Skupiając się na pedagogicznej analizie przebiegu i skutków wdrażania idei *nowej matematyki*, chcę ukazać niszczące konsekwencje wprowadzania zmian w edukacji dzieci, jeżeli rezygnuje się z wiedzy pedagogicznej i psychologicznej, i to wiedzy z tzw. górnej półki.

1.1. Niektóre ważniejsze przyczyny rozpoczęcia modernizacji początkowego nauczania matematyki

Zacznijmy od faktów. Mało kto dziś pamięta, że już pięć lat po zakończeniu drugiej wojny światowej Jan Konopnicki⁵ badał efekty edukacji szkolnej. W badaniach tych ustalono rozmiary niepowodzeń szkolnych oraz wskazano na ich przyczyny i konsekwencje. Nieco później – w latach 1966 i 1968 – Centralny Ośrodek Metodyczny zorganizował badania, których celem było ustalenie, co uczniowie z IV i VII klasy wiedzą i potrafią z matematyki⁶. Stwierdzono wówczas rażąco niski poziom wiadomości i umiejętności matematycznych uczniów. Wskazywano też na przeciążenie ich umysłów przestarzałymi wiadomościami i apelowano o wprowadzenie radykalnych zmian w edukacji szkolnej. Inspiracją do formułowania tego apelu była fascynacja koncepcją edukacyjną *nowej matematyki*.

Wyjaśnić tu trzeba, że idee edukacyjne *nowej matematyki* zaczęły docierać do Polski w końcu lat pięćdziesiątych z tzw. zachodu, spostrze-

⁴Z. Krygowska, *Koncepcja powszechnego matematycznego kształcenia w reformach programów szkolnych z lat 1960–1980*, WN WSP Kraków 1981

⁵Konopnicki J., *Problem opóźnienia w nauce szkolnej*, Prace Komisji Nauk Pedagogicznych PAN, nr 7, Wydawnictwo Ossolineum, Wrocław – Kraków 1961.

⁶Szedny F., Wierzbiński W., *Matematyka w klasie IV, Matematyka w klasie VII*, „Nowa Szkoła” 1969, nr 5.

ganego wówczas jako oaza dobrobytu. Stąd nadzieja, że wprowadzenie tych idei do edukacji dzieci zmieni na lepsze efekty matematycznego kształcenia, a w dalszej perspektywie poprawi się sytuację ekonomiczną w naszym kraju. Ufano też ówczesnym autorytetom – wszak kształcenie dzieci według idei *nowej matematyki* rekomendowali naukowcy z zespołu prof. Z. Krygowskiej, a potem z zespołu Z. Semadeniego.

Dążenie do modernizacji nauczania początkowego matematyki rozpoczęło się od następujących wydarzeń w latach sześćdziesiątych:

- z inicjatywy profesorów Zofii Krygowskiej⁷ i Stefana Straszewicza⁸ odbyły się dwa Międzynarodowe Spotkania Dydaktyków Matematyki w Wyższej Szkole Pedagogicznej w Krakowie. Pierwsze takie wydarzenie miało miejsce w 1960, a drugie w 1971 roku. Zorganizowała je Z. Krygowska, pełniąc wówczas obowiązki zastępcy Przewodniczącej Międzynarodowej Komisji do Ulepszania Nauczania Matematyki⁹;
- pod kierunkiem Z. Krygowskiej w latach 1961–1964 zrealizowano tzw. eksperyment krakowski¹⁰. W Szkole Ćwiczeń ówczesnej Wyższej Szkoły Pedagogicznej w Krakowie Henryk Moroz¹¹ wdrażał eksperymentalnie koncepcję *nowej matematyki* w dwóch klasach początkowych według autorskiego programu, z zastosowaniem metod nazwanych później czynnościowymi i pomocy dydaktycznych

⁷Prof. Zofia Krygowska (1904–1988), kierownik Katedry Dydaktyki Matematyki Wyższej Szkoły Pedagogicznej w Krakowie (obecnie Uniwersytet Pedagogiczny).

⁸Prof. Stefan Straszewicz (1889–1983). W latach 1932–1939 i 1957–1972 był delegatem Polski w Międzynarodowej Komisji Ulepszania Nauczania Matematyki (ICMI), a przez 4 lata (1962–1966) był jej wiceprezesem. Przez wiele lat działał w Komisji Programów Matematyki Ministerstwa Oświaty (od 1949 r. jako jej przewodniczący).

⁹Zwana ICMI, Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement Mathématique, zajmująca się modernizacją nauczania matematyki w zakresie tzw. mathématiques modernes.

¹⁰Por. Z. Krygowska, *Krakowski eksperyment programowy w zakresie nauczania początkowego*, „Życie Szkoły” 1968, nr 6.

¹¹Szczegółowy opis tego eksperymentu przedstawia H. Moroz w publikacjach: *Z doświadczeń nad modernizacją nauczania początkowego matematyki*, WSiP, Warszawa, 1968 oraz *Problemy modernizacji początkowego nauczania matematyki*, Zeszyty naukowe Uniwersytetu Jagiellońskiego CCXCVIII, Prace Psychologiczno-Pedagogiczne, zeszyt 18. Kraków 1972).

typu *Liczby w kolorach*¹² i *Klocki Dienes*¹³;

- w ciągu 10 lat H. Moroz¹⁴ eksperymentem tym objął 385 nauczycieli z 256 szkół podstawowych z 9 województw Polski. Nauczyciele ci (po przeszkoleniu) realizowali jego program matematycznego kształcenia dzieci opracowany w konwencji *nowej matematyki* i stosowali zalecane przez niego metody i środki dydaktyczne.

Od połowy sześćdziesiątych i w latach siedemdziesiątych organizowano liczne konferencje dla nauczycieli propagujące idee edukacyjne *nowej matematyki*. W ważniejszych czasopismach dla nauczycieli z tamtych lat drukowano artykuły, w których prezentowano możliwości edukacyjne kształcenia matematycznego dzieci zgodnie z ideami *nowej matematyki*, powołując się na wyniki krakowskiego eksperymentu i rekomendowano pomoce dydaktyczne typu *Liczby w kolorach* i *Klocki Dienes*.

Dodać tu trzeba, że w tamtych latach opublikowanie podręcznika metodycznego lub monografii trwało kilka lat. Szybkim i skutecznym sposobem przekazywania nauczycielom wiedzy były wówczas czasopisma pedagogiczne rozsyłane do szkół i przedszkoli z tzw. rozdzielnika czasopism.

Z miesiąca na miesiąc rosła liczba nauczycieli, którzy fascynowali się ideami *nowej matematyki* po przeczytaniu artykułów H. Moroza¹⁵,

¹²Autorami pomocy dydaktycznej *Liczby w kolorach* są G. Cuisenaire i C. Gattegno. W Polsce znana jest wersja tej pomocy w opracowaniu H. Moroza. Szczegółowy jej opis znajduje się w publikacjach H. Moroza *Problemy modernizacji początkowego nauczania matematyki...* oraz *Liczby w kolorach w: Nauczanie początkowe matematyki. Podręcznik dla nauczyciela*, red. Z. Semadeni, tom 3, WSiP, Warszawa 1985), E. Puchalskiej i Z. Semadeniego *Przegląd pomocy naukowych w: Nauczanie początkowe matematyki. Podręcznik dla nauczyciela*, red. Z. Semadeni, tom 1. WSiP, Warszawa 1981) i innych.

¹³W Polsce znane są dwa warianty *Klocków Dienes*: a) komplet klocków logicznych z przeznaczeniem do nauczania początkowego w opracowaniu H. Moroza, b) większe klocki nazwane *Klockami do rozwijania logicznego myślenia dla przedszkoli* znane z *Instrukcji* autorstwa Z. Krygowskiej i M. Sznajder (zatwierdzona pismem nr IW3-5610-28/2/72 z dnia 24 X 1972 r.).

¹⁴Por. H. Moroz, *Z doświadczeń nad modernizacją nauczania początkowego matematyki...* a także *Problemy modernizacji początkowego nauczania matematyki...*

¹⁵Na przykład artykuły H. Moroza: *Elementy nauki o zbiorach w nauczaniu początkowym matematyki*, „Życie Szkoły” 1967, nr 1); *Materiał logiczny i jego zastosowanie w procesie nauczania matematyki*, „Życie Szkoły” 1968, nr 6).

Z. Krygowskiej¹⁶, Z. Semadeniego¹⁷ i innych. Z niecierpliwością czekano na programy edukacyjne opracowane w konwencji *nowej matematyki*, apelowano o szybkie wydanie dostosowanych do nich podręczników dla nauczycieli i uczniów, zaopatrywano się w pomoce dydaktyczne typu *Klocki Dienes*.

Wszystko w nadziei, że przyczyni się to do rozwoju dziecięcych umysłów i podniesie poziom edukacji matematycznej. Na fali tego entuzjazmu przyśpieszono przygotowanie modernizacji nauczania początkowego matematyki. Jak już wspomniałam – w Polsce obejmowano modernizacją wszystkie etapy edukacji matematycznej. Nie omawiam tych problemów, gdyż w tym artykule koncentruję się na edukacji wczesnoszkolnej i konsekwencjach wdrażania modernizacji edukacji matematycznej przez ponad ćwierć wieku.

1.2. Pierwsze polskie programy edukacyjne dla dzieci opracowane według zaleceń *nowej matematyki*

W roku 1961 H. Moroz opracował program dla potrzeb swojego eksperymentu pedagogicznego, ale opublikował¹⁸ go dopiero w 1968. Nauczyciele wdrażający jego eksperyment w 256 szkołach podstawowych znali ten program i zgodnie z nim organizowali edukację dzieci już od 1964 roku¹⁹.

¹⁶Chodzi o artykuły Z. Krygowskiej: *Krakowski eksperyment programowy w zakresie nauczania początkowego*, „Życie Szkoły” 1968, nr 6); *Od konkretności do abstrakcji*, „Nowa Szkoła” 1972, nr 6); *Nowoczesne środki poglądowe w nauczaniu matematyki w klasach początkowych*, „Nowa Szkoła” 1973 nr 7).

¹⁷Seria 16 artykułów Z. Semadeniego o wspólnym tytule *O nauczaniu początkowym matematyki* opublikowanych w czasopiśmie „Życie Szkoły” 1971, nr 5 oraz 1972 nr 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7–8, 9, 12, a także 1973 nr 1, 4, 10, 11, 12.

¹⁸Znajduje się w cytowanej już publikacji *Problemy modernizacji...* s. 39–43 oraz w publikacji *Z doświadczeń nad modernizacją...* s. 65–67.

¹⁹W programie tym H. Moroz umieścił blok zaskakujących wówczas treści kształcenia zwany *Zbiory i ich elementy*.

W klasie I szkoły podstawowej zalecano następujące treści: a) zbiory i ich elementy: schematy Venna, elementy zbiorów, podzbiory, zbiór jednoelementowy, zbiór pusty, rozkład zbioru na zbiory rozłączne, b) operacje na zbiorach: suma (złączenie), iloczyn (część wspólna), różnica zbiorów, c) porządkowanie elementów zbiorów, d) przyporządkowanie elementów jednego zbioru elementom drugiego zbioru; zbiory równoliczne, grafy strzałkowe, e) klasyfikacja według różnych własności przedmiotów konkretnego materiału dydaktycznego i ćwiczenia logiczne wdrażające do posługiwania się

W roku 1972 został opublikowany *Projekt (uproszczony) programu nauczania matematyki w klasach I–IV* opracowany przez Z. Krygowską i H. Moroza²⁰, bliźniaczy w założeniach i detalach do wspomnianego wcześniej programu autorskiego H. Moroza. Podobieństwo jest tak wielkie, że odnosi się wrażenie, iż jest to ten sam program, ale bardziej dopracowany pod względem merytorycznym i językowym.

W jednym i drugim programie treści z zakresu arytmetyki liczb naturalnych są poprzedzone kształtowaniem wiadomości i umiejętności w bloku *Zbiory i ich elementy*. Zalecano tam, aby realizować je w ramach zaawansowanego rozumowania na poziomie operacji konkretnych (w sensie J. Piageta). Miało to według idei *nowej matematyki* rozwinąć w umysłach dzieci operacje myślowe i stanowić bazę dla opanowania abstrakcyjnych struktur liczbowych. Wierzono bowiem w znaczne przyspieszenie rozwoju intelektualnego dzieci, w tzw. akcelerację rozwoju. W końcu lat pięćdziesiątych i na początku lat sześćdziesiątych zaobserwowano u dzieci wzrost niektórych możliwości poznawczych spowodowany poprawą warunków życia, dostępem do radia, prasy i książek.

Bezkrytyczne przyjęcie idei *nowej matematyki* oraz ignorowanie wiedzy o sposobach uczenia się dzieci oraz prawidłowości rozwoju intelek-

zwrotami „i”, „lub”, „nie”.

W klasie II w ramach tego bloku należało zrealizować takie treści kształcenia: a) zbioru, symboliczne zapisywanie sytuacji: element należy/nie należy do zbioru, podzbiór zawiera się/nie zawiera się w zbiorze, zbiór pusty, suma dwóch zbiorów różnica zbiorów itd., b) ćwiczenia logiczne w grach i zabawach w związku z przyswojonymi już wiadomościami o zbiorach. Sens zwrotów „i”, „lub”, „nie”, „jeżeli to”, „każdy”, „jest taki”, c) klasyfikacja obiektów według różnych własności. Zaprzeczenie koniunkcji i zaprzeczenie alternatywy. Odwzorowanie zbioru na zbiór. Porządkowanie elementów w zbiorze. Konstruowanie konkretnych zbiorów według żądanych warunków, formułowanie warunków do zadanych zbiorów.

W klasie III szkoły podstawowej H. Moroz zaleca powtórzenie i uzupełnienie wcześniej opanowanych wiadomości i umiejętności. Oznacza to, że treści kształcenia zatytułowane *Zbiory i ich elementy* były realizowane głównie w trakcie zajęć z dziećmi siedmioletnimi i ośmioletnimi w pierwszym i drugim roku edukacji w szkole podstawowej. W komentarzach metodycznych tego programu H. Moroz umieścił też wyjaśnienia dotyczące realizacji wybranych tematów. Podaje dokładne wskazówki, jak kształtować pojęcie zbioru i relacji przynależności elementu do zbioru w rozmowach z uczniami. Znajdują się one w rozdziałach o wiele mówiących tytułach *Zbiory i elementy logiki*.

²⁰Program ten znajduje się w aneksach cytowanej publikacji *Problemy modernizacji...* s. 122–126.

tualnego dzieci – ustalono to później – było największym błędem i złem modernizacji nauczania początkowego matematyki.

W roku 1972 H. Moroz opublikował *Projekt programu kształtowania pojęć matematycznych w przedszkolu*²¹ dla dzieci, począwszy od trzylatków. Program ten wymuszał stosowanie pomocy dydaktycznej *Komplet klocków do rozwijania logicznego myślenia* (dla przedszkoli) według *Instrukcji* opracowanej przez Z. Krygowską i M. Sznajder²². Żeby uświadomić Czytelnikom, jak przebiegała edukacja matematyczna dzieci przedszkolnych według idei *nowej matematyki* i czego wymagano od nich, przedstawiam treści kształcenia wraz komentarzami metodycznymi zwartymi w tym programie.

²¹Program ten znajduje się w aneksach cytowanej już publikacji H. Moroz: *Problemy modernizacji początkowego nauczania matematyki...*

²²Klocki z tego kompletu różnią się od oryginalnych opisanych przez Z.P. Dienes i E.W. Golding w publikacji (wydanie z roku 1966): *Learning Logic, Logical Games* (E S A in association with UNIVESITY OF LONDON PRESS LTD). W publikacji tej nie znalazłam informacji o wymiarach oryginalnych klocków, ale z fotografii umieszczonych pomiędzy stronami 32 i 33, 48 i 49 wynika jednoznacznie, że są one znacząco większe i grubsze od *Kompletu klocków do rozwijania logicznego myślenia* (dla przedszkoli). Ponadto, w pierwszej części tej publikacji (s. 9–50) podane są założenia prowadzenia zajęć z dziećmi: zabawy, gry i sytuacje zadaniowe (opisane w drugiej części publikacji, s. 50–78) mają być prowadzone w konwencji tzw. matematyki ruchowej, np. dzieci układają klocki na podłodze (na płycie boiska) według dużych schematów wykreślonych na kartonach lub bezpośrednio na ziemi, np. patykiem. Nauczyciel pełni rolę organizatora zajęć. Nacisk położony jest na to, aby dzieci wymieniały się spostrzeżeniami i coraz precyzyjniej (pod względem logicznym) realizowały zadania, gry i sytuacje zadaniowe.

Klocki w polskiej wersji są mniejsze, a to sugeruje prowadzenie zajęć w konwencji stolickowej. W *Instrukcji* do tych klocków opisane są zadania, gry i sytuacje zadaniowe podobne do tych, które zalecają Dienes i Golding, ale z pominięciem sformułowanych przez nich założeń i wskazówek metodycznych. Konsekwencją jest sugestia, aby zabawy, gry i sytuacje zadaniowe z tymi klockami (wzorowane na opisanych przez Dienes i Golding) dzieci wykonywały ściśle pod kierunkiem nauczyciela. Dlatego – chociaż *tu* i *tu* sens logiczny zabaw, gier i sytuacji zadaniowych jest podobny, inne doświadczenia nabywają dzieci w zabawach, grach i sytuacjach zadaniowych organizowanych: a) w konwencji matematyki ruchowej i na zasadzie współpracy dzieci w grupach, ze swobodnymi rozmowami o sensie i efektach wykonywanych czynności, b) w trakcie zajęć stolickowych, gdy manipulują klockami na stolikach pod kierunkiem nauczyciela. Dlatego efekty edukacyjne zajęć organizowanych przez Dienes i Golding były zapewne zdecydowanie korzystniejsze dla rozwoju umysłowego dzieci niż efekty edukacyjne uzyskane przez nasze przedszkolaki.

Dzieci trzyletnie

- *Zbiory i ich elementy.* Przykłady realizacji treści kształcenia z tego bloku:
 - a) do zbioru maluchów należy każde dziecko trzyletnie uczęszczające do przedszkola, dzieci są elementami zbioru maluchów, pani nie należy do zbioru maluchów, bo pani nie jest trzyletnim dzieckiem uczęszczającym do przedszkola,
 - b) dany jest zbiór dziewcząt naszej grupy, w zbiorze tym nie ma ani jednego chłopca, bo żaden chłopiec nie należy do zbioru dziewcząt.
W podobny sposób H. Moroz radzi rozpatrywać zbiór chłopców, zbiór krzesełek i zbiór naszych zabawek.
- *Porządkowanie elementów należących do danego zbioru.* Przykłady zajęć:
 - a) układanie np. lalek (lub wózków) w serie od największej do najmniejszej lub odwrotnie,
 - b) porządkowanie zbioru kolorowych klocków według wielkości (kolorowe schody układane np. z paseczków kartonu lub z klocków o różnej długości) lub naczyń (do największego wiaderka trzeba włożyć mniejsze, a do niego jeszcze mniejsze),
 - c) nawlekanie rozsypanych koralików według podanego wzoru.

Dzieci czteroletnie

- *Zbiory i ich elementy, zbiór jednoelementowy, zbiór dwuelementowy. Przykłady zbiorów, do których należą więcej niż dwa elementy. Przyporządkowanie elementów jednego zbioru elementom drugiego zbioru (ustawianie w pary). Wyodrębnianie zbioru, do którego należy więcej elementów, i zbioru, do którego należy mniej elementów. Liczenie elementów należących do danego zbioru. Zawieranie się zbioru w zbiorze. Podział zbioru na podzbiory.* Przykłady zajęć:
 - a) zbiór autek zawiera się w zbiorze zabawek, zbiór autek jest podzbiorem zbioru zabawek,
 - b) zbiór stołów jest podzbiorem zbioru mebli, zbiór stołów zawiera się w zbiorze mebli,
 - c) zbiór dziewcząt naszej grupy zawiera się w zbiorze dzieci z naszej grupy,

d) zbiór klocków zawiera dwa podzbiory: zbiór klocków małych i zbiór klocków dużych.

- *Porządkowanie elementów danego zbioru.* Przykłady zajęć: ustawianie obiektów (zabawek, patyczków, kamyków itd.) w serie według ich cech, np. wielkości, długości, ciężaru.

Dzieci pięcioletnie

- *Zbiory i ich elementy, rozkład zbioru na zbiory rozłączne.* Przykłady zajęć:
 - a) na stole dany jest zbiór klocków, dzieci dzielą ten zbiór na gromadki według podzbiorów: klocki zielone, klocki niebieskie, klocki żółte, klocki wiśniowe. Zbiory te są rozłączne bo nie ma takiego klocka, który by należał jednocześnie do zbioru klocków zielonych i niebieskich lub do klocków żółtych i jednocześnie wiśniowych,
 - b) zbiór dzieci z naszej grupy można podzielić na dwa podzbiory: podzbiór dziewcząt i podzbiór chłopców, podzbiory te są rozłączne, ponieważ żaden chłopiec nie należy równocześnie do zbioru chłopców i zbioru dziewcząt, również żadna dziewczynka nie należy równocześnie do zbioru dziewcząt i zbioru chłopców.
- *Klasyfikacja zbioru na podzbiory według różnych własności jego elementów: kształt, wielkość, grubość, kolor, waga itd. Próby wyznaczania wspólnej części dwóch zbiorów.* Przykłady zajęć:
 - a) dzieci układają dwie „pętle” z kolorowej włóczki; do jednej z nich wkładają wszystkie klocki niebieskie, a do drugiej klocki okrągłe, do wspólnej części zbiorów należą klocki okrągłe i równocześnie niebieskie,
 - b) dane są dwa zbiory: zbiór dzieci naszej grupy i zbiór dziewcząt naszej grupy; każda dziewczynka należy równocześnie do dwóch zbiorów, zbiór dziewczynek naszej grupy jest wspólną częścią obydwu zbiorów; żaden chłopiec nie należy do wspólnej części tych zbiorów, zbiory te są rozłączne,
 - c) zbiór dziewcząt naszej grupy, zbiór chłopców naszej grupy, żadna dziewczynka nie należy równocześnie do zbioru dziewcząt, żaden chłopiec nie należy do wspólnej części obydwu zbiorów, wspólna część tych zbiorów jest zbiorem pustym, takie zbiory nazywamy zbiorami rozłącznymi.

- *Próby wyznaczania sumy dwóch zbiorów. Przykłady zajęć:*
 - a) dane są dwa zbiory: zbiór chłopców naszej grupy oraz zbiór dziewcząt naszej grupy, zbiór dzieci naszej grupy jest sumą dwóch zbiorów – zbioru chłopców naszej grupy oraz zbioru dziewcząt naszej grupy,
 - b) dzieci wkładają do woreczka wszystkie klocki zielone, następnie do tego samego woreczka wkładają wszystkie klocki prostokątne, otrzymany w ten sposób zbiór jest sumą zbioru klocków zielonych oraz zbioru klocków prostokątnych, a klocki należące do tego zbioru mają następującą własność – są zielone lub prostokątne itd.
- *Przyporządkowanie elementów jednego zbioru elementom drugiego zbioru, zbiory równoliczne, zbiory nierównoliczne. Przykłady zajęć:*
 - a) dane są dwa zbiory: zbiór dziewcząt naszej grupy oraz zbiór chłopców naszej grupy, elementy tych zbiorów ustawiamy w pary: dziewczynka – chłopiec, dziewczynka – chłopiec, dziewczynka – chłopiec. Jeżeli żaden chłopiec nie pozostaje bez pary – ani żadna dziewczynka nie pozostaje bez pary – zbiory te są równoliczne (cytuję dosłownie, s. 128),
 - b) pani ma w pudełku zbiór ołówków. Czy zbiór ten jest równoliczny ze zbiorem dzieci naszej grupy? Jak to sprawdzić?
- *Rozkład zbioru na dwa podzbiory równoliczne, rozkład zbioru na dwa podzbiory nierównoliczne. Porządkowanie zbioru pięcioelementowego. Posługiwanie się liczebnikami porządkowymi: pierwszy, drugi, trzeci, czwarty, piąty. Posługiwanie się liczebnikami głównymi: jeden, dwa, trzy, cztery, pięć. Przyporządkowanie parom elementów danego zbioru trzeciego elementu* (cytuję dosłownie s. 128).
Przykłady zajęć:
 - a) ze zbioru klocków (chodzi o zestaw *Kolorowe liczby*) dzieci wybierają dwa dowolne elementy i składają je podstawami, następnie znajdują taki klocek, którego długość równa się sumie długości klocków składowych,
 - b) na szalce wagi dzieci kładą dwa ciężarki, na drugiej szalce kładą taki ciężarek, by waga była w równowadze,
 - c) dane są dwa zbiory rozłączne, liczba elementów jednego zbioru

równa jest dwa, drugiego zaś trzy, dzieci wyznaczają sumę tych zbiorów i obliczają liczbę jej elementów,

d) zbiór pięcioelementowy dzieci rozkładają na dwa dowolne zbiory rozłączne i podają liczby elementów zbiorów składowych.

Dzieci sześciolatek

- *Zbiory i ich elementy, konstruowanie konkretnych zbiorów wyznaczonych przez warunki sformułowane przez wychowawczynię.* Przykłady zajęć:
 - a) włóż do woreczka wszystkie klocki koloru niebieskiego,
 - b) odłóż na gromadkę wszystkie klocki prostokątne,
 - c) przynieś wszystkie klocki nieokrągłe,
 - d) wszystkie dzieci, które noszą czerwone czapeczki, bawią się w chowanego, pozostałe dzieci bawią się w berka,
 - e) wyjmij z woreczka wszystkie klocki, które są równocześnie duże i zielone itd.
- *Sformułowanie warunków, które spełniają dane zbiory.* Przykłady zajęć:
 - a) w tej gromadce są wszystkie małe klocki,
 - b) klocki w drugiej gromadce są duże i równocześnie zielone,
 - c) na dolnej półce stoją nasze autka,
 - d) do woreczka wkładamy zbiór kasztanów.
- *Zbiór jednoelementowy, zbiór pusty, rozkład zbioru na dwa zbiory rozłączne.* Przykłady zajęć:
 - a) zbiór kierowniczek naszego przedszkola jest to zbiór jednoelementowy,
 - b) zbiór brodzików naszego przedszkola jest to zbiór pusty, bo w naszym przedszkolu nie ma ani jednego brodzika.
- *Działania na zbiorach: suma dwóch zbiorów, wspólna część dwóch zbiorów, różnica dwóch zbiorów.* Przykłady zajęć:
 - a) mamy zbiór chłopców naszej grupy, mamy też zbiór dziewcząt naszej grupy – sumą tych zbiorów jest zbiór dzieci naszej grupy, zbiór dzieci naszej grupy jest połączeniem zbioru chłopców naszej grupy oraz zbioru dziewcząt naszej grupy,
 - b) zbiór mebli w naszej sali jest sumą zbiorów stolików, zbioru krzesełek oraz zbioru szaf stojących w naszej sali,

- c) w koszyku dzieci umieściły zbiór marchewek, zbiór pietruszek ora zbiór kalarepek, sumą tych zbiorów jest zbiór warzyw w koszyku,
- d) do woreczka wkładamy klocki niebieskie lub klocki zielone, w woreczku są klocki niebieskie lub zielone, zbiór klocków niebieskich lub zielonych jest sumą zbiorów klocków niebieskich oraz zielonych,
- e) do jednej pętli ułożonej ze zwykłej tasiemki lub sznurka dzieci wkładają klocki żółte, do drugiej pętli wkładają wszystkie klocki prostokątne, zbiór klocków żółtych i równocześnie prostokątnych jest wspólną częścią obydwu zbiorów,
- f) w jednej pętli dzieci umieszczają wszystkie klocki wiśniowe, w drugiej pętli umieszczają wszystkie klocki małe, następnie wyznaczają zbiór, którego elementami są klocki wiśniowe i jednocześnie niemałe, w ten sposób dzieci określają różnicę zbioru klocków wiśniowych i zbioru klocków małych. Zbiór klocków małych i równocześnie wiśniowych jest różnicą zbioru klocków i zbioru klocków wiśniowych itd.
- *Przyporządkowanie elementów jednego zbioru elementom drugiego zbioru, zbiory równoliczne, zbiory nierównoliczne, rozkład zbioru na dwa podzbiory równoliczne, rozkład zbioru na dwa podzbiory nierównoliczne. Własności relacji równoliczności zbiorów: każdy zbiór jest równoliczny sam ze sobą; jeżeli jeden zbiór jest równoliczny z drugim zbiorem, to ten drugi jest równoliczny z pierwszym; jeżeli jeden zbiór jest równoliczny z drugim zbiorem, to ten drugi jest równoliczny z pierwszym i równocześnie jest równoliczny z trzecim.* Przykłady zajęć:
 - a) zbiór chłopców z naszej grupy jest równoliczny ze zbiorem chłopców z naszej grupy (!),
 - b) jeżeli zbiór zabawek jest równoliczny ze zbiorem dzieci z naszej grupy, to zbiór dzieci z naszej grupy jest równoliczny ze zbiorem zabawek,
 - c) jeżeli zbiór lalek jest równoliczny ze zbiorem wózków i zbiór wózków jest równoliczny ze zbiorem dziewcząt grupy, to zbiór lalek jest równoliczny ze zbiorem dziewcząt z naszej grupy.

- *Porządkowanie zbioru dziesięcioelementowego. Posługiwanie się liczebnikami porządkowymi: pierwszy, drugi, trzeci... dziesiąty. Posługiwanie się liczebnikami głównymi w kolejności od jeden do dziesięć i od dziesięć do jeden (liczenie wstak)... Próby wyznaczania mocy zbiorów bez przeliczania jego elementów. Liczba jako wspólna własność zbiorów równolicznych. Przyporządkowanie parom elementów danego zbioru trzeciego elementu. Dodawanie i odejmowanie jako operacje wzajemnie odwrotne. Obliczanie sumy dwu składników. Obliczanie niewiadomego składnika, kiedy dane są suma i jeden ze składników. Własność przemienności dodawania.*
Do tych treści nie podano przykładów realizacji.

Ponieważ nauczyciele przedszkola fascynowali się ideami *nowej matematyki* bez sprzeciwu realizowali zalecenia tego programu, nie bacząc na faktyczne efekty edukacyjne. Ambicją ówczesnych dyrektorek przedszkoli było zdobycie *Klocków do logicznego myślenia* (dla przedszkoli), gdyż świadczyło to wówczas o stosowaniu nowatorskich metod matematycznego kształcenia dzieci.

Z analizy porównawczej treści kształcenia zalecanych przez H. Morozę w *Projekcie programu kształtowania pojęć matematycznych w przedszkolu* oraz treści w *Programie matematycznego kształcenia w klasach I–IV* wynika, że dzieci przedszkolne – poczynając od trzeciego roku życia – miały pojąć treści, które w obszarze *Zbiory i ich elementy* zalecano dla uczniów klasy I i II. Jest to zadziwiające, zważywszy na to, co wiadomo o sposobach uczenia się przedszkolaków i uczniów klas I i II, nie mówiąc już o prawidłowościach rozwoju czynności klasyfikowania w umysłach dzieci.

Nietrudno też dostrzec dysproporcje w kształtowaniu wiadomości i umiejętności matematycznych przedszkolaków – obok treści realizowanych na poziomie zaawansowanych operacji konkretnych w zakresie bloku *Zbiory i ich elementy*, kształtowanie umiejętności liczenia i rachowania ograniczono pięciolatkom do 5, a sześciolatkom do 10. Trudno w to uwierzyć, ale tak było.

1.3. Programy edukacyjne i podręczniki do powszechnego wdrażania idei *nowej matematyki* w ramach modernizacji początkowego nauczania matematyki

W roku 1968, w czasopiśmie „Życie Szkoły”, został opublikowany *Projekt programu nauczania matematyki w klasach I–IV* z przeznaczeniem do próbnego wdrażania w szkołach²³. Porównując zakres treści z bloku *Zbiory i ich elementy* zawarte w tym programie z programem autorskim opracowanym przez H. Moroza i Z. Krygowską, że jest to ten sam program, z kosmetycznymi zmianami. Dowodem są treści kształcenia i zalecenia dotyczące ich realizacji wymienione w tym programie²⁴. Także w tym programie bazą dla kształtowania pojęć i umiejętności matematycznych uczniów jest opanowanie treści z bloku *Zbiory i ich elementy*.

Klasa I

Edukację matematyczną dzieci zaczyna się realizować od bloku nazwanego *Przygotowanie do nauki arytmetyki na konkretnym materiale z odpowiednią strukturą arytmetyczną*. Zawiera on następujące treści kształcenia:

- Zbiór. Schemat Venna. Element zbiorów. Podzbiory. Zbiór jednoelementowy. Zbiór pusty. Rozkład zbioru na zbiory rozłączne. Klasyfikacja według różnych własności przedmiotów konkretnego materiału dydaktycznego.
- Operacje na zbiorach: suma (złączenie), iloczyn (część wspólna), różnica zbiorów.
- Porządkowanie elementów zbiorów.
- Ćwiczenia logiczne w grach i zabawach (zwroty: „i”, „lub”, „nie”).
- Przyporządkowanie elementów jednego zbioru elementom drugiego zbioru. Zbiory równoliczne. Grafy strzałkowe.
- Wstępne ćwiczenia do nauki o działaniach arytmetycznych z użyciem materiałów dydaktycznych o określonej strukturze algebra-

²³ *Projekt programu nauczania matematyki w klasach I–IV*, „Życie Szkoły” 1968, nr 6.

²⁴ Chodzi o udostępniony czytelnikom program z roku 1972 w monografii H. Moroza *Problemy modernizacji początkowego nauczania matematyki...*

icznej. Przyporządkowanie parom elementów zbioru trzeciego elementu. Działania wzajemne odwrotne. Związek działania z porządkiem w zbiorze.

Na bazie tych wiadomości i umiejętności realizowano treści dotyczące kształtowania pojęć liczbowych do 20, rozszerzania zakresu liczenia do 100 i umiejętności rachunkowych w tym zakresie.

Klasa II

Edukację matematyczną rozpoczynano od powtórzenia, pogłębienia i uzupełnienia wiadomości z przedstawionego bloku realizowanego w klasie poprzedniej. Ponadto zalecano zrealizować następujące treści kształcenia:

- Zbiory i ich elementy: symbole stosowane w teorii mnogości, typu: element należy/nie należy do zbioru, podzbiór zawiera się/nie zawiera się w zbiorze, zbiór pusty, suma (złączenie) zbiorów oraz element należy/nie należy do sumy dwóch zbiorów, iloczyn (wspólna część) zbiorów oraz element należy/nie należy do wspólnej części dwóch zbiorów, różnica zbiorów dwóch zbiorów itd.
- Ćwiczenia logiczne w grach i zabawach w związku z poznanymi wiadomościami o zbiorach. Sens zwrotów „i”, „lub”, „nie”, „jeżeli – to”, „każdy”, „jest taki”. Klasyfikacja obiektów według różnych własności, zaprzeczenie koniunkcji, zaprzeczenie alternatywy, odwzorowanie zbioru na zbiór, porządkowanie zbioru, konstruowanie konkretnych zbiorów według żądanych warunków, formułowanie warunków do zadanych zbiorów.
- Utrwalanie arytmetyki liczb naturalnych z zerem do 20 oraz podkreślanie własności działań i wykorzystanie ich w rachunku pamięciowym.

Na bazie wiadomości i umiejętności ukształtowanych w trakcie realizowania tych treści przystępowano do bloku *Arytmetyka liczb naturalnych z zerem do 100 i do 1000*. Na koniec zalecano treści kształcenia z obszarów *Pierwsze przykłady funkcji numerycznych* oraz *Elementy kombinatoryki z użyciem konkretnych materiałów*.

Klasa III

Edukację zaczynano od powtórzenia i uzupełnienia wiadomości i umiejętności na temat *Zbiór i liczba*. W tym bloku zalecano realizację

następujących treści kształcenia (cytuję dosłownie):

- Liczba elementów danego zbioru skończonego: dodawanie liczb a sumowanie zbiorów; własności sumy liczb: przemienność łączności, rola zera.
- Iloczyn kartezjański dwóch zbiorów skończonych na konkretnych prostych przykładach; liczba iloczynu zbioru kartezjańskiego dwóch zbiorów i dwóch liczb a iloczyn dwóch liczb; własności iloczynu liczb naturalnych: przemienność, łączność, rozdzielność iloczynu względem sumy dwóch liczb, rola liczb zero i jeden. Iloraz. Rozdzielność ilorazu względem sumy i różnicy liczb.
- Zapis liczby w numeracji o dowolnej podstawie.

Wymienione wiadomości i umiejętności były bazą realizacji treści kolejno z bloków *Arytmetyka liczb naturalnych z zerem w dowolnym zakresie*, *Wstęp do nauki geometrii* oraz *Wstępne wiadomości o liczbach całkowitych*. Taki sposób usytuowania treści w wymienionych zakresach wynika z założenia, że podstawą kształtowania pojęć i umiejętności matematycznych są wiadomości i umiejętności opanowane w trakcie realizowania bloku *Zbiory i ich elementy* w klasie I i II szkoły podstawowej.

Równocześnie z opublikowaniem programu do próbnego wdrażania zadbano o przygotowanie szkół do modernizacji początkowego nauczania matematyki. Szkoły realizujące programy edukacyjne opracowane w konwencji *nowej matematyki* – na zasadzie eksperymentu – otrzymały pomoce dydaktyczne typu *Liczby w kolorach*, *Klocki Dienes*, a przedszkola – *Komplet klocków do rozwijania logicznego myślenia* (dla przedszkoli) z *Instrukcją* Z. Krygowskiej i M. Sznajder.

Odstąpiono także od reguły „do jednego szkolnego przedmiotu obowiązuje jeden podręcznik” i opublikowano dla dzieci podręczniki do nauki matematyki: H. Moroza²⁵, E. Puchalskiej i M. Rygera²⁶, Z. Cydzik²⁷ i T. Józwickiego²⁸. Do podręczników tych opracowano zeszyty ćwiczeń dla klasy zerowej i klas I, II i III. Dokładne wykazy podręczników i zeszytów ćwiczeń są podane w pierwszych tomach dwóch kolejnych wydań

²⁵H. Moroz, *Materiały do nauczania matematyki w klasie 1* oraz *Nasza matematyka kl. 2* i *Nasza Matematyka kl. 3*.

²⁶E. Puchalska, M. Ryger, *Matematyka dla klasy I*.

²⁷Z. Cydzik, *Matematyka dla klasy I*, *Matematyka dla klasy II*.

²⁸T. Józwicki *Matematyka dla klasy III*.

cytowanej już czterotomowej publikacji *Nauczanie początkowe matematyki. Podręcznik dla nauczyciela*. W pierwszym wydaniu z roku 1981 w bibliografii (s. 303) wymienia się 15 takich publikacji. W drugim wydaniu z roku 1991 wymienia się (s. 329) już 27 takich publikacji, a więc o 12 więcej. Pokazuje to intensywność wdrażania modernizacji edukacji matematycznej w klasach początkowych w latach osiemdziesiątych ubiegłego stulecia.

1.4. Formalny początek modernizacji edukacji matematycznej dzieci w Polsce

W roku 1975 na dobre ruszyła powszechna modernizacja początkowego nauczania matematyki organizowana przez dydaktyków matematyki. Od tego roku zaczął bowiem obowiązywać *Program matematyki dla klas I–III szkoły podstawowej*²⁹ opracowany według idei *nowej matematyki*.

Dokument ten jest wzorowany na wcześniej omówionym autorskim programie H. Moroza i Z. Krygowskiej. W bloku *Zbiory i ich elementy* zrezygnowano³⁰ jedynie z symboliki zaczerpniętej z teorii zbiorów, zalecanej w edukacji matematycznej uczniów klasy II.

W roku 1977 zatwierdzono też *Program pracy wychowawczo-dydaktycznej z dziećmi sześciolletnimi* opracowany według idei *nowej matematyki*. Zawarte w nim treści omawia M. Fiedler w książce *Matematyka już w przedszkolu*,³¹ powołując się na *Instrukcję do Klocków logicznych dla przedszkoli* autorstwa Z. Krygowskiej i M. Sznajder. Tym sposobem modernizacją nauczania matematyki objęto oficjalnie dzieci przedszkolne i uczniów klas początkowych.

²⁹*Program matematyki dla klas I–III szkoły podstawowej*, Instytut Programów Szkolnych, WSiP, Warszawa 1975, przedruk w „Oświacie i Wychowaniu”, wersja C, 1975 nr 13.

³⁰Nie omawiam innych różnic w treściach kształcenia – np. wprowadzenie treści dotyczących systemów pozycyjnych niedziesiątkowych, osi liczbowej, prostych równań – bo zajęłoby to kilka stron tego i tak obszernego artykułu. Osoby tym zainteresowane znajdą szczegółowe informacje w publikacjach E. Puchalskiej i Z. Semadeniego w tekstach *Założenia reformy* (s. 19–51), *Nauczanie początkowe matematyki w świetle ogólnych zasad nauczania* (s. 51–71), w: *Nauczanie początkowe matematyki...*

³¹M. Fiedler *Matematyka już w przedszkolu*, WSiP, Warszawa 1977.

1.5. Przygotowanie nauczycieli do powszechnego wdrażania idei *nowej matematyki* w ramach rozpoczętej modernizacji początkowego nauczania matematyki

W połowie lat siedemdziesiątych przystąpiono do masowego szkolenia nauczycieli w zakresie wdrażania modernizacji nauczania początkowego³². W ramach Studium Nauczania Początkowego Matematyki NURT (Nauczycielski Uniwersytet Radiowo-Telewizyjny) oraz Instytutu Kształcenia Nauczycieli:

- wyemitowano 92 wykłady telewizyjne (ilustrowane filmami i pokazami zajęć z dziećmi) i 24 audycje radiowe nadawane w ramach Nauczycielskiego Uniwersytetu Radiowo-Telewizyjnego (od stycznia 1975 do grudnia 1977 roku);
- przekazano nauczycielom około 1500 stron materialów dydaktycznych drukowanych w formie wkładek w czasopiśmie „Oświata i Wychowanie” oraz 44 ośmiostronicowe serie zadań domowych z obowiązkiem rozwiązania ich w ramach szkoleń;
- udostępniono nauczycielom książkę Z. Semadeniego *Matematyka współczesna w nauczaniu dzieci*, PWN, Warszawa 1977 (a potem sześć następnych wydań);
- przygotowano też kilkuset wizytatorów przedmiotowo-metodycznych do poprawiania zadań domowych odrabianych przez nauczycieli i służenia im bezpośrednią pomocą merytoryczną.

Oszacowano, że z tych form dokształcania korzystało 70 000 nauczycieli, a 60 000 nauczycieli zdało wymagane egzaminy i otrzymało dyplomy ukończenia Studium Nauczania Początkowego Matematyki (NURT).

1.6. Merytoryczne przyczyny odstąpienia od wdrażania modernizacji edukacji matematycznej dzieci w Polsce

Modernizacja początkowego nauczania matematyki w przedszkolach i w klasach I–III trwała formalnie 21 lat i zakończyła się... fiaskiem. Stało się tak mimo przygotowania nauczycieli przedszkoli i klas początkowych do realizowania programów opracowanych w konwencji *nowej*

³²Zakres działań przygotowujących nauczycieli w ramach modernizacji nauczania matematyki omawia szczegółowo Z. Semadeni w *Przedmowie do pierwszego tomu Nauczania początkowego matematyki...* s. 10 i 11.

matematyki, wyposażenia szkół w opisane pomoce dydaktyczne, wydrukowania dla uczniów nowych podręczników i zeszytów ćwiczeń. Nim omówię dokumenty wyznaczające kres wdrażania modernizacji edukacji matematycznej dzieci, skupię się na kwestiach merytorycznych.

2. Ignorowanie informacji o ciemnych stronach prowadzenia edukacji dzieci według idei *nowej matematyki*

Na początku lat siedemdziesiątych w tzw. krajach zachodnich narastały poważne wątpliwości merytoryczne odnośnie wprowadzania do edukacji szkolnej idei *nowej matematyki*. O tym, że docierały one także do Polski świadczy opublikowany w roku 1974 w „Wiadomościach Matematycznych” artykuł Rene Thoma *Matematyka nowoczesna: pomyłka pedagogiczna i filozoficzna*³³.

Odnośnie treści kształcenia w bloku *Zbiory i ich elementy* R. Thom stwierdza, cytując... *Jest to zasadniczy punkt rozwijany przez piewców matematyki „nowoczesnej”. Niektórzy twierdzą, że użycie teorii zbiorów pozwoli całkowicie zrewolucjonizować nauczanie matematyki i że dzięki tym zmianom nawet najbardziej przeciętny uczeń będzie w stanie opanować wykładany program matematyki. Nie warto nawet mówić, że jest to złudzenie.*

Każdy może przyswoić sobie umiejętność posługiwania się oczywistymi faktami wynikającymi z naiwnej teorii zbiorów. Lecz to nie jest jeszcze ani matematyka, ani nawet logika. Z chwilą gdy wchodzimy w kontakt z prawdziwą matematyką (z liczbami rzeczywistymi, geometrią, funkcjami), wówczas odkrywamy, że nie ma drogi królewskiej i że większość uczniów nie będzie w stanie przyswoić sobie tych pojęć w całości. Przesadny optymizm wywołany używaniem symboliki teorii zbiorów oparty jest, jak się wydaje, na pomyłce filozoficznej...

Niestety, nie wyprowadzono właściwych wniosków z tego artykułu, chociaż matematycy zajmujący się modernizacją nauki matematyki cytują go w swoich publikacjach, uzasadniając tezami zawartymi w tym artykule, słuszność modernizacji początkowego nauczania matematyki³⁴.

³³R. Thom, *Matematyka „nowoczesna”: pomyłka pedagogiczna i filozoficzna*, „Wiadomości Matematyczne” 1974. Jest to tłumaczenie artykułu *Les mathématiques modernes: me erreur pedagogique et philosophique* z czasopisma „L'Age de la Science” 3, zeszyt 3 (s. 225–245).

³⁴E. Puchalska i Z. Semadeni *Założenia reformy*, w: *Nauczanie początkowe mate-*

W czasach modernizacji matematycznego kształcenia skupiano się na sukcesach edukacyjnych. Nie zajmowano się też – i nie chciano zajmować się – ciemną stroną modernizacji początkowej nauki matematyki, czyli niepowodzeniami dzieci kształconych według idei *nowej matematyki*.

Świadczy o tym następujące wydarzenie. Koniec lat siedemdziesiątych, Katowice, sala konferencyjna wypełniona nauczycielami słuchającymi kolejnych referatów o sukcesach edukacyjnych *nowej matematyki*. Wreszcie przyszła kolej na mój referat, przedstawiłam w nim wymiary niepowodzeń w nauce matematyki uczniów kształconych według idei *nowej matematyki*. Wynikami badań uzasadniałam tezę, że co czwarty uczeń klas początkowych jest z góry skazany na porażkę. Apelowalam też o szybkie podjęcie działań naprawczych.

Do dziś pamiętam, jak w miarę referowania wyników badań narastała w sali złowroga cisza i jak raniły mnie nieprzyjazne spojrzenia słuchających. Kilka dni później zaproszono mnie do rektoratu Uniwersytetu Śląskiego (byłam wówczas pracownikiem tej uczelni), gdzie zwrócono mi uwagę, żebym... z większą odpowiedzialnością wypowiadała się o modernizacji edukacji matematycznej. Dla sprawiedliwości dodam, że nic złego mnie wówczas nie spotkało, a przecież mogło tak być.

Od połowy lat osiemdziesiątych ubiegłego stulecia – czyli w drugim dziesięcioleciu modernizacji edukacji matematycznej – zaczęły się ukazywać w Polsce publikacje³⁵ zawierające wyniki badań nad niepowodzeniami w nauce matematyki dzieci kształconych według idei *nowej matematyki*. Ustalono, że co czwarty uczeń doznawał wówczas niepowodzeń w nauce matematyki, różny był tylko czas ich pojawienia się. Zwracano też uwagę na niszczące mechanizmy nakładania się przyczyn

matyki..., s. 31. Publikacja Rene Thoma jest też podana w spisie bibliograficznym (s. 306) tej publikacji.

³⁵Wymieniłam tu tylko swoje publikacje, bo mimo usilnych poszukiwań nie znalazłam innych: E. Gruszczyk-Kolczyńska, *Dojrzałość operacyjnego rozumowania na poziomie konkretnym jako warunek efektywnego uczenia się matematyki przez dzieci klas początkowych*, „Psychologia Wychowawcza” nr 2/1986); *Kompetencje intelektualne sześciolatków w zakresie pojmowania podstawowych pojęć i umiejętności matematycznych*, „Kwartalnik Pedagogiczny” 1987, nr 1); *Przyczyny niepowodzeń w uczeniu się matematyki*, „Psychologia Wychowawcza” 1987, nr 2). *Niepowodzenia w uczeniu się matematyki u dzieci z klas początkowych. Diagnoza i terapia*, Prace Naukowe Uniwersytetu Śląskiego nr 553, Katowice 1985.

wtórnych na pierwotne na motywację do nauki szkolnej, utrata wiary uczniów we własne możliwości intelektualne³⁶.

Dla sprawiedliwości trzeba dodać, że w drugim wydaniu publikacji z roku 1991 *Nauczanie początkowe matematyki...* Z. Semadeni zamieścił swój tekst *Trudności i niepowodzenia w uczeniu się matematyki*, którego podstawą – jak twierdzi Autor – są ustalenia E. Gruszczyk-Kolczyńskiej z badań przeprowadzonych dla wykrycia przyczyn niepowodzeń w nauce matematyki u dzieci objętych modernizacją nauczania matematyki.

Jest to zadziwiające. Badania niepowodzeń szkolnych prowadzi się przecież po to, aby wskazać na słabe strony edukacji i podjąć odpowiednio wcześniej działania naprawcze. W tej intencji pierwsze badania tego typu – jak wspomniałam wcześniej – przeprowadzono już kilka lat po drugiej wojnie światowej. Pojawia się więc pytanie, dlaczego w czasach wdrażania modernizacji nauczania matematyki przez więcej niż 20 lat takich badań nie publikowano?

3. Lekceważenie wiedzy o rozwoju umysłowym dzieci jedną z ważniejszych przyczyn smutnego końca wdrażania idei *nowej matematyki* w edukacji matematycznej

Chodzi o główne założenie edukacji matematycznej realizowanej według *nowej matematyki* – dzieci w wieku przedszkolnym rozumują operacyjnie na poziomie konkretnym, a uczniowie klasy I i II na zaawansowanym poziomie operacji konkretnych. Do takich możliwości intelektualnych dobrano treści kształcenia z bloku *Zbiory i ich elementy*. Przyjęto, że doświadczenia logiczne wynikające z czynności zewnętrzno-przedmiotowych (manipulacje pomocami o specjalnej strukturze logicznej) i towarzyszące im werbalizacje ulegają w toku matematycznego kształcenia stopniowemu uwewnętrznianiu (interioryzacji) i łączą się w dziecięcych umysłach w systemy, tworząc ugrupowania. Dlatego można konstruować w umysłach dzieci system wiedzy i umiejętności matematycznych w konwencji teorii zbiorów i logiki formalnej.

O respektowaniu tych założeń świadczy konsekwencja, z jaką w mo-

³⁶Mechanizm ten opisuję w cytowanych już publikacjach: *Niepowodzenia w uczeniu się matematyki u dzieci z klas początkowych. Diagnoza i terapia...* oraz *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki. Przyczyny, diagnoza, zajęcia dydaktyczno-wyrównawcze...*

dernizacji edukacji matematycznej dążono do tego, aby dzieci – w przedszkolach, a potem w klasach I i II – rozwiązywały specjalnie dobrane zadania, manipulując *Klockami Dienesa* i w mowie czynnej stosowały zwroty: „należy (nie należy) do zbioru”, „jest (nie jest) podzbiorem”, „zawiera się (nie zawiera się) w zbiorze”, „zbiór pusty”, „jest (nie jest) elementem wspólnej części zbiorów”, „jest (nie jest) elementem złączenia zbiorów”, „jeżeli, to”, „każdy”, „jest taki” itd.

Wymienionych założeń nawet nie próbowano w Polsce zweryfikować badawczo, przyjęto je bezkrytycznie z rekomendacji dydaktyków matematyki z ICMI (Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement Mathématique), organizacji zajmującej się modernizacją nauczania matematyki w ramach tzw. *Mathématiques modernes*, znaną bardziej pod jej angielską nazwą *New Math*.

Tymczasem z prawidłowości rozwojowych ustalanych w badaniach nad rozwojem umysłowym dzieci publikowanych już od połowy lat sześćdziesiątych³⁷ wynika, że rozumowanie operacyjne na poziomie konkretnym w zakresie klasyfikacji osiągają niektóre dzieci w ósmym roku życia, a większość jeszcze później. Ponieważ w czasach modernizacji nauczania początkowego matematyki zakładano, że taki poziom rozumowania dany jest już dzieciom przedszkolnym podaję ważniejsze prawidłowości dotyczące³⁸

³⁷Prawidłowości kształtowania się klasyfikacji w umysłach dzieci przedstawiała A. Szemińska w publikacji *Rozwój procesu klasyfikacji*, „Studia Psychologiczne” 1965, t. 7). Dodam, że A. Szemińska jest też autorką obszernego tekstu *Rozwój procesu klasyfikacji* opublikowanego w: *Nauczanie początkowe matematyki. Podręcznik dla nauczyciela*, red. Z. Semadeni, t. 1, WSiP, Warszawa 1981. *Przedmowa* do tego wydania jest opatrzona datą 1978, oznacza to, że znano wyniki tych badań w czasach, gdy przygotowywano nauczycieli do realizacji modernizacji początkowego nauczania matematyki według idei *nowej matematyki*. Na początku lat siedemdziesiątych opublikowano monografię L.S. Wygotskiego: *Wybrane prace psychologiczne*, PWN, Warszawa 1971. W części II tej publikacji zawarte są dwa rozdziały całkowicie poświęcone kształtowaniu się pojęć na bazie klasyfikowania. W pierwszej połowie lat siedemdziesiątych ukazały się następujące publikacje omawiające prawidłowości rozwoju klasyfikacji: B. Inhelder, J. Piaget, *Od logiki dziecka do logiki młodzieży*, PWN, Warszawa 1970, rozdziały części trzeciej; A. Jurowski, *Ontogeneza mowy i myślenia*, WSiP, Warszawa 1975, s. 125–148). Oznacza to, że osoby wdrażające modernizację edukacji matematycznej nie korzystały z tej wiedzy.

³⁸Szersze wyjaśnienia podane są w publikacjach E. Gruszczyk-Kolczyńskiej i E. Zie-

- młodszych przedszkolaków:
W trzecim i czwartym roku życia wszystkie dzieci rozumują w zakresie klasyfikacji na poziomie przedoperacyjnym. Przystwojenie treści kształcenia z bloku *Zbiory i ich elementy* przekraczało więc i nadal przekracza ich możliwości intelektualne i to o kilka lat rozwojowych.
- starszych przedszkolaków:
W piątym i szóstym roku życia zdecydowana większość dzieci jeszcze nie rozumuje na poziomie przedoperacyjnym. Jedynie w strefie najbliższego rozwoju sześciolatków o przyspieszonym rozwoju intelektualnym pojawiają się wczesne formy rozumowania operacyjnego na poziomie konkretnym w zakresie potrzebnym do kształtowania pojęć liczbowych.³⁹ Jest to jednak niski poziom kompetencji, aby dzieci mogły opanować treści kształcenia z bloku *Zbiory i ich elementy* zalecane w programach edukacyjnych dla przedszkoli.
- uczniów klasy I:
W strefie najbliższego wieku rozwoju dzieci w siódmym roku życia znajduje się już rozumowanie operacyjne na poziomie konkretnym w zakresie potrzebnym do kształtowania pojęć liczbowych. Ale opanowanie treści kształcenia zawartych w bloku *Zbiory i ich elementy* w programie z roku 1975 wymaga rozumowania na zaawansowanym poziomie operacji konkretnej.
- uczniów klasy II:
Większość uczniów wykazuje się już rozumowaniem operacyjnym

lińskiej *Dziecięca matematyka. Książka dla rodziców i nauczycieli*, WSiP, Warszawa 1997, rozdział *Klasyfikacja*); *Dziecięca matematyka – dwadzieścia lat później*, Wydawnictwo CEBP, Kraków 2015, rozdział 7; *Klasyfikacja w edukacji matematycznej dzieci w: Edukacja matematyczna w klasie I. Książka dla nauczycieli i rodziców. Cele i treści kształcenia, podstawy psychologiczne i pedagogiczne oraz opisy zajęć z dziećmi*, Wydawnictwo CEBP, Kraków 2014) i w innych.

³⁹Z badań nad występowaniem zadatków uzdolnień matematycznych u dzieci zrealizowanych w latach 2007–2010: *O dzieciach matematycznie uzdolnionych. Książka dla rodziców i nauczycieli*, red. E. Gruszczyk-Kolczyńska, Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa 2012, rozdział 4 i 5, wynika, że osiągają one w swoim rozumowaniu poziom operacji konkretnych wcześniej od rówieśników, a więc pięciolatki potrafią rozumować operacyjnie na podobnym poziomie jak siedmiolatki. Ale dotyczy to tylko dzieci o przyspieszonym rozwoju umysłowym.

na poziomie konkretnym. Rozumowania te są jednak zbyt mało precyzyjne, aby opanować treści kształcenia w bloku *Zbiory i ich elementy* zawarte w programach z roku 1975.

Nie ulega wątpliwości, że treści kształcenia w bloku *Zbiory i ich elementy* rozmijały się znacząco z możliwościami intelektualnymi przedszkolaków i małych uczniów. Na dodatek wiedzę z obszaru *Arytmetyka liczb naturalnych* kształtowano w umysłach dzieci posługując się językiem z teorii mnogości. Spowodowało to nasilanie się niepowodzeń w nauce matematyki, począwszy od klasy I szkoły podstawowej.

4. Powody nadinterpretacji możliwości umysłowych dzieci objętych modernizacją początkowego nauczania matematyki

W latach siedemdziesiątych i osiemdziesiątych nauczyciele zaśmiewając się, cytowali wypowiedzi dzieci, świadczące o wysiłku intelektualnym wkładanym w nadanie sensu temu, czego nie potrafiły jeszcze pojąć. Oto zapamiętana historyjka: dziewczynka z odwagą pięciolatka stwierdza *Podzbiorem jabłek jest trawa!* Zapytana *Dlaczego tak uważasz?* reolutnie wyjaśniła *Jak się zbiera jabłka spod drzewa, zostaje trawa!* Takie i inne wypowiedzi wyjaśniano... nieporadnością w porozumiewaniu się.

Postanowiłam więc sprawdzić badawczo, dlaczego przez ćwierć wieku nie dostrzegano kłopotów intelektualnych dzieci i nie interpretowano ich jako sygnał rozmijania się treści kształcenia z ich możliwościami intelektualnymi. Oto wyniki tych badań.

4.1. Seria zadań dla młodszych przedszkolaków

W przedszkolu zaaranżowałam kilka serii zadań diagnostycznych, w których uczestniczyły czterolatki i pięciolatki w 4-osobowych grupach.

Pierwsze zadanie diagnostyczne – zbiory rozłączne

Na zestawionych stolikach leżały kolorowe płytki z mozaiki geometrycznej w kształcie kółek, prostokątów i trójkątów. Zwróciłam się do dzieci *Pomóżcie mi uporządkować płytki* (pokazałam je) *według kształtu*. Postawiłam 3 pojemniki i wyjaśniłam: *Na tym pojemniku nakleję kółeczko...* (nakleiałam). *Płytki o takim kształcie włożycie do tego pojemnika* (pokazałam plastikowy krążek i wrzuciłam go do pojemnika)... *Na tym pojemniku przyklejam trójkąt* (przykleiałam), *płytki o takim kształcie*

(pokazałam płytkę o kształcie trójkąta) *włóżycie do tego pojemnika. Na tym pojemniku nakleję prostokąt (przykleiłam), już wiecie, jakie płytki wkładamy do niego.* Włożyłam do niego plastikową płytkę o kształcie prostokąta i powiedziałam *Tu mają być płytki prostokątne.*

Dzieci ochoczo zabrały się do pracy i po chwili płytki mozaiki zostały uporządkowane według kształtu. Taki efekt uzyskałam w każdym powtórzeniu tego zadania z kolejnymi grupami dzieci. Nasuwają się pytania: *Czy dzieci zadanie wykonały na zasadzie wykonania poleceń i naśladowania moich czynności? Czy też świadomie klasyfikowały płytki mozaiki według kształtu?*

Chcąc to sprawdzić, zrealizowałam drugie zadanie diagnostyczne.

Drugie zadanie diagnostyczne – zbiory rozłączne

Zwróciłam się do tych samych dzieci: *Proszę was o pomoc. W kącie są rozsypane klocki do budowania (pokazałam je). Trzeba je uporządkować także według kształtu i powkładać do trzech pojemników (pokazałam je). W każdym pojemniku mają być klocki o tym samym kształcie.* Dzieci kiwnęły główkami na znak, że wiedzą, co trzeba zrobić. Po chwili klocki były w pojemnikach, ale w każdym pojemniku były klocki o różnych kształtach. Zrobiłam zdziwioną minę, dzieci spojrzwały na mnie i stwierdziły *Posprzątań. Klocki są w pojemnikach...*

Moje zadanie dzieci zrozumiały jako prośbę – trzeba pomóc uporządkować klocki, a więc posprzątać je. I to zrobiły. Tyle że dla dzieci wprowadzanie porządku to umieszczanie przedmiotów w ustalonych miejscach, a nie segregowanie ich według podanych cech. Dlatego wrzucały klocki do pojemników (mają tam być), nie dbając o ich kształt. Dopatrywanie się w czynnościach porządkowych wykonanych przez czterolatki i pięcioletki świadomej klasyfikacji na poziomie operacji konkretnych jest więc poważną nadinterpretacją.

4.2. Seria zadań dla starszych przedszkolaków

Postanowiłam też przyjrzeć się temu, jak radzą sobie nieco starsze przedszkolaki w trakcie realizacji treści kształcenia: klasyfikacja zbioru na podzbiory według różnych własności jego elementów (kształt, wielkość, grubość, kolor itd.) i próby wyznaczenia wspólnej części dwóch zbiorów⁴⁰.

⁴⁰Takie treści znajdowały się w programach edukacyjnych dla przedszkoli realizo-

Zadania z Klockami Dienes – zbiory rozłączne

Pięciolatki i sześciolatki realizowały zadania składające się na tę serię przy stolikach, w grupach 4-osobowych. Każde dziecko miało *Klocki Dienes* w wersji dla przedszkoli, pętle ze sznurka oraz plakietki z oznaczeniami cech klocków ⁴¹.

Zadanie z Klockami Dienes – zbiory nierozłączne (zadanie realizowane pod kierunkiem i przy pomocy dorosłego)

Dzieci: a) rozłożyły dwie pętle, b) na obrzeżu jednej ułożyły plakietkę określającą kształt klocków – klocki okrągłe, a na obrzeżu drugiej pętli ułożyły plakietkę określającą kolor klocków – klocki czerwone, b) do tak oznaczonych pętli wkładały klocki. Po chwili zaczęły zastanawiać się – co zrobić z klockami, które są jednocześnie czerwone i okrągłe. Ponieważ wykonywałam to zadanie wspólnie z nimi, pokierowałam ich rozumowaniem tak:

- *Pokazujemy pętlę określającą zbiór klocków czerwonych... Sprawdzamy, czy w tym zbiorze są wszystkie klocki czerwone... (dzieci nie miały z tym kłopotów).*
- *Teraz pokazujemy pętlę określającą zbiór klocków okrągłych... Sprawdzamy, czy w tym zbiorze są wszystkie klocki okrągłe... Spojrzałam wymownie na zbiór klocków czerwonych i spytałam: Dlaczego w zbiorze czerwonych są klocki okrągłe? Trzeba je przełożyć do zbioru klocków okrągłych... Dzieci przełożyły je.*
- *Przyjrzymy się zbiorowi klocków okrągłych... Sprawdzamy, czy w tym zbiorze są wszystkie klocki okrągłe... Spojrzałam na zbiór*

wanych w czasach modernizacji edukacji matematycznej.

⁴¹Plakietki to kartoniki, na których oznaczone były:

- a) kolory klocków, np. plakietka czerwona określała czerwony kolor klocków, zielona – zielone klocki, żółta – żółte, a niebieska – niebieskie,
- b) kształty klocków, np. narysowany na plakietce prostokąt określał kształt prostokątnych klocków, narysowany trójkąt – klocki w kształcie trójkąta, koło – klocki o kształcie koła, kwadrat – klocki o kształcie kwadratów,
- c) wielkość klocków: mała czarna strzałka odnosiła się do klocków małych, a większa do dużych,
- d) grubość klocków: plakietka, na której był narysowany grubszy czarny paseczek, określała klocki grube, cienki paseczek klocki cienkie. Zadbłam też o to, aby dzieci nie miały kłopotów z ustalaniem, do których cech klocków odnoszą się poszczególne plakietki.

klocków czerwonych i zapytałam dzieci: *Co tu robią klocki okrągłe w zbiorze klocków czerwonych?* Dzieci zafrasowały się i... wybrały jednocześnie okrągłe i czerwone klocki. Niektóre schowały kłopotliwe klocki w dłoni, a dłoń schowały pod stolik. Inne śmiejąc się pytały: *Będziemy je ciągle przekładać?* Były też dzieci, które bez zdziwienia przekładały klocki na zasadzie – pani każe, trzeba wykonać.

Uśmiechnęłam się i nałożyłam pętlę na siebie tak, aby tworzyły część wspólną zbiorów, i włożyłam do niej kłopotliwe klocki. Dzieci naśladując mnie, wykonały te czynności. Powiedziałam: *Może teraz jest dobrze? Sprawdzamy. Patrzymy na pętlę z plakietką klocki okrągłe. Sprawdzamy, czy w tym zbiorze są tylko klocki okrągłe...* Dzieci stwierdziły: *Tak, tu są klocki okrągłe. Teraz patrzymy na pętlę z plakietką – klocki czerwone...* *Sprawdzamy, czy w tym zbiorze są klocki czerwone.* Dzieci stwierdziły: *Tak, tu są klocki czerwone.*

Pokazałam wspólną część tych zbiorów i powiedziałam do dzieci: *To jest wspólna część zbiorów klocków czerwonych i klocków okrągłych. Pokażcie ten zbiór...* *Do tego zbioru należą klocki czerwone i równocześnie okrągłe. Proszę sprawdzić, czy tak jest...* Dzieci oglądnęły klocki należące do wspólnej części tych zbiorów i powtórzyły... *Tu są klocki czerwone i równocześnie okrągłe.*

Seria zadań z Klockami Dienesa – zbiory nierozłączne (zadania realizowane samodzielnie przez dzieci)

Były to dwa podobne zadania do poprzednich, w każdym dzieci manipulowały *Klockami Dienesa*, mając do dyspozycji pętlę i plakietki określające cechy tych klocków.

Pięciolatkom trzeba było podpowiadać, jakie czynności mają kolejno wykonać. Wykonywały czynności pod dyktando, nie potrafiły też określić – bez podpowiadania – ich sensu i skutku. Sześciolatki zdecydowanie sprawniej wykonywały czynności prowadzące do ustalenia wspólnej części zbiorów nierozłącznych. Uznałam więc, że można sprawdzić, jak sześcioletki radzą sobie w sytuacjach, gdy mają segregować inne obiekty. *Klocki Dienesa* zastąpiłam kolorowymi guzikami o różnych kształtach i wielkościach, z 2 i 4 dziurkami oraz guziki na nóżce.

Seria zadań z guzikami – zbiory rozłączne

Przygotowałam plakietki z cechami guzików⁴² i kilka spodeczków. Wysypałam guziki na stolik i poprosiłam dzieci o ich posegregowanie z uwzględnieniem:

- kolorów (zadanie pierwsze): rozłożyłam spodeczki, a obok każdego położyłam plakietkę określającą kolor guzików. Dzieci segregowały guziki według kolorów, wkładając je do spodeczków, a potem sprawdzały, czy wszystkie guziki należące do wyodrębnionych podzbiorów są tego samego koloru;
- wielkości (zadanie drugie): rozłożyłam spodeczki, a obok każdego położyłam plakietkę określającą wielkość guzików. Dzieci segregowały je, wkładając je do spodeczków, na koniec sprawdzały, czy wszystkie guziki należące do wyodrębnionych podzbiorów są tej samej wielkości;
- sposób przymocowania guzików (zadanie trzecie): rozłożyłam spodeczki, a obok każdego położyłam plakietki określające liczbę dziurek i nóżkę, dzieci segregowały guziki według tych cech, wkładając je do spodeczków, a potem sprawdzały, czy wszystkie guziki należące do wyodrębnionych podzbiorów mają 2 dziurki, 4 dziurki oraz nóżkę.

Na początku pierwszego zadania dzieci wahały się, ale Marcin stwierdził: *Trzeba guziki rozdzielać tak jak klocki*. Po tej wskazówce z trudem wykonały opisane zadania. Mogłam więc zorganizować im zadanie ze zbiorami nierozłącznymi.

Zadania z guzikami – zbiory nierozłączne

Na stole były guziki z poprzedniej serii zadań i plakietki określające ich cechy oraz pętle ze sznurka z serii zadań z *Klockami Dienes*. Zwróciłam się do dzieci: *Proszę rozłożyć dwie pętle. . . Na jednej połóżcie plakietkę z dużą strzałką, będzie to zbiór dużych guzików. . . Na drugiej pętli kładziemy plakietkę z dwiema dziurkami – będzie to zbiór guzików*

⁴²Były to kartoniki, na których oznaczałam: a) kolor guzików: zielony, czarny, biały, czerwony itd., b) wielkość guzików: duże – strzałka duża, średnie – mniejsza strzałka, małe – malutka strzałka, c) sposób przymocowania guzików: 2 dziurki, 4 dziurki i nóżka (pętka).

z dwiema dziurkami. Oczekiwałam, że dzieci wykonają to zadanie tak, jak radziły sobie z podobnym zadaniem, manipulując *Klockami Dienes*.

Tak się jednak nie stało. Sześciolatki nie potrafiły jeszcze zastosować rozumowania operacyjnego kształtowanego z użyciem *Klocków Dienes* w innej sytuacji, gdy miały segregować guziki. Dlatego nie wyznaczyły wspólnej części zbiorów nierozłącznych, a guziki duże z dwiema dziurkami włożyły albo do zbioru guzików dużych, albo do zbioru guzików z dwiema dziurkami.

Żeby się w tym upewnić, zorganizowałam dzieciom jeszcze jedno zadanie z guzikami – do jednego zbioru należały guziki czerwone, do drugiego zbioru guziki z 4 dziurkami. W zadaniu tym dzieci miały także wyznaczyć część wspólną tych zbiorów. Nie wyznaczyły jej. Tylko Marcin zaniepokoił się, spojrział na mnie i spytał: *Co mam zrobić z guzikami czerwonymi z czterema dziurkami?* I oczekiwał, że pomogę mu tak, jak to robiłam w zadaniach z *Klockami Dienes*.

Dodam, że Marcin wykazuje się znacznie przyśpieszonym rozwojem intelektualnym, dlatego w jego strefie najbliższego rozwoju intelektualnego mieściło się już przechodzenie na poziom operacji konkretnych w zakresie klasyfikacji. Mimo to bez pomocy z mojej strony nie potrafił rozwiązać zadania wymagającego bardziej zaawansowanego rozumowania na poziomie operacji konkretnych.

4.3. Wnioski z przeprowadzonych eksperymentów

Wyniki tych eksperymentów diagnostycznych pokazują, że starsze przedszkolaki inaczej (na wyższym poziomie kompetencji) funkcjonują w sytuacjach, w których wykonują czynności klasyfikowania *pod dyktando*, z możliwością naśladowania czynności nauczyciela. Inaczej, gdy mają te same czynności klasyfikowania wykonać samodzielnie na zasadzie transferu, porządkując (klasyfikując) inne obiekty. Wykazują się tu znacznie niższym poziomem kompetencji.

Dlatego ograniczanie się w edukacji przedszkolnej i szkolnej – a tak się najczęściej dzieje, bo sugerują to zadania i zabawy opisane w publikacjach⁴³ dla nauczycieli – do realizowania zadań w konwencji pod

⁴³Na przykład opisy zadań, zabaw i gier zawarte w wielokrotnie cytowanej już *Instrukcji* do klocków logicznych do przedszkoli opracowanej przez Z. Krygowską i M. Sznajder; Rozdziały 5.4, 5.5, 5.6, 5.7, 5.8, 5.9 w publikacji *Nauczanie początkowe*

dyktando nauczyciela (pokażę wam, co macie robić, a wy to zróbcie) jest przyczyną przeceniania faktycznych kompetencji dzieci. Z mojego rozeznania wynika, że odnosi się to do wszystkich zakresów rozumowania operacyjnego na poziomie konkretnym.

Z przykrością stwierdzam, że w czasach modernizacji nauczania początkowego matematyki korzystano z wiedzy o prawidłowościach umysłowych dzieci w specyficzny sposób – akceptowano tylko te ustalenia, które pasowały do idei nowej matematyki. Ignorowano doniesienia naukowe określające faktyczne możliwości umysłowe dzieci. Obawiano się – jak mniemam – że okażą się one sprzeczne z ideami nowej matematyki.

5. Kiedy formalnie zaprzestano modernizowania nauczania początkowego matematyki

Formalny kres wdrażania idei nowej matematyki w edukacji dzieci nastąpił z chwilą opublikowania *Ustawy o systemie oświaty*⁴⁴, a więc w roku 1996. Odstąpiono wówczas od jednego programu edukacyjnego obowiązującego w całej Polsce. Wprowadzono *Podstawę programową*⁴⁵ stanowiącą bazę dla opracowania autorskich programów dla przedszkoli i kolejnych etapów edukacji szkolnej⁴⁶. W roku 1999 zaczęło też obowiązywać rozporządzenie Ministra Edukacji, w sprawie *dopuszczania do użytku szkolnego autorskich programów edukacyjnych dla przedszkoli i szkół*⁴⁷. Dokument ten zawiera wytyczne do zatwierdzania autorskich programów edukacyjnych dla przedszkoli i szkół.

matematyki. Podręcznik dla nauczyciela, red. Z. Semadeni, tom 2, WSiP, Warszawa 1982.

⁴⁴Opublikowano ją 7 IX 1991 r. Jednolity tekst tego dokumentu (ze zmianami) znajduje się w Dz.U. 1996, poz. 97.

⁴⁵Prace nad tym dokumentem poprzedziły ustalenia zawarte w *Ustawie o systemie oświaty* z 7 IX 1991 r. W jej noweli z 1996 r. zobowiązano Ministra Edukacji do ogłoszenia podstawy programowej. Pierwsze postanowienia w sprawie *Podstawy programowej* znajdują się w rozporządzeniu Ministra Edukacji Narodowej z 15 II 1999r., Dz.U. 1999.14.129.

⁴⁶W dokumencie tym określono cele i założenia oraz minimum treści kształcenia, które mają opanować dzieci, młodsi i starsi uczniowie. Wymienia się w nim też wartości i postawy kształtowane w edukacji przedszkolnej i szkolnej.

⁴⁷*Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 15 II 1999 r. w sprawie warunków i trybu dopuszczania do użytku szkolnego programów nauczania i podręczników oraz zlecenia środków dydaktycznych*, Dz.U. z roku 1999, nr 14, poz. 139 oraz Dz.U. z roku 2000 nr 90, poz. 1000.

Jeszcze przed wprowadzeniem pierwszej *Podstawy programowej* w 1995 r. ukazał się *Program nauczania matematyki w klasach I–VIII szkoły podstawowej* autorstwa pracowników Instytutu Matematyki Wyższej Szkoły Pedagogicznej w Krakowie⁴⁸. Konstruując ten program, autorzy przyjmują w doborze treści i metod kształcenia⁴⁹ prymat odkrywania czy wyzwiania „matematyki własnej” ucznia nad przekazywaniem gotowych wiadomości i ćwiczeniem sprawności⁵⁰. Natomiast w doborze treści kształcenia kierują się następującymi regułami:

- w programie zawarte są dwie grupy treści kształcenia w każdym roku szkolnej edukacji matematycznej: a) treści konieczne do realizacji (dostosowane do przeciętnych możliwości umysłowych uczniów) oraz b) treści rozszerzające zakres matematycznego kształcenia (dla uczniów o większych możliwościach umysłowych)⁵¹;
- program jest skonstruowany w sposób spiralny (pewne treści są opracowywane na różnych poziomach), w doborze treści kształcenia na wszystkich poziomach edukacji autorzy preferują matematykę rzetelną i użyteczną⁵².

Autorzy nie dzielą swojego programu na poziom nauczania początkowego i klasy starsze szkoły podstawowej. Zależy im bowiem na tym, by nauczyciel nie traktował tych dwóch poziomów nauczania w sposób izolowany. Kładą też duży nacisk na wyniki nauczania i formułują je w celach kształcenia oraz – bardzo szczegółowo – przy poszczególnych

⁴⁸ *Program nauczania matematyki w klasach I–VIII szkoły podstawowej*, zatwierdzony przez MEN w dniu 9 I 1995 r., nr decyzji: DKO-4014/1/95.

⁴⁹ Autorzy akcentują konieczność stałego aktywizowania uczniów na wszystkich poziomach i preferują czynnościowe nauczanie matematyki, ale formalnie podkreślają też, że program nie może narzucać metody pracy z uczniami.

⁵⁰ Ma to – ich zdaniem – służyć nie tylko uczeniu matematyki w jej szkolnym ujęciu, ale także rozwijaniu osobowości uczniów podczas uczenia się matematyki.

⁵¹ Żeby to podkreślić, treści konieczne do realizacji zaznaczone są prostą czcionką, natomiast treści wykraczające poza ten program zaznaczone są czcionką pochyłą.

⁵² Zdaniem autorów: *rzetelność* to dbałość, aby treści kształcenia nie charakteryzowały się pozornymi uproszczeniami i nie prowadziły do błędów rzeczowych. Oznacza to nauczanie i uczenie się matematyki, a nie rachunków, kreślenia czy rozwiązywania typowych zadań. Rozumieją przez to konieczność wprowadzenia uczniów w elementy metody i działalności matematycznej. Natomiast *użyteczność* matematyki oznacza jej możliwie ścisły związek z doświadczeniami, przeżyciami i przyszłymi potrzebami życiowymi uczniów. Stąd akcentowanie, już w celach kształcenia, różnych ich poziomów.

hasłach programowych, wreszcie w sposób syntetyczny po klasach III, VI i VIII. W programie tym w klasie I znajduje się też dział *Zbiory*, zawierający następujące treści kształcenia: sortowanie (segregowanie, klasyfikowanie) przedmiotów według przeznaczenia, kształtów, wymiarów itp.; ćwiczenia z materiałami logicznymi (klockami, kartami); wyznaczanie podzbiorów oraz złączenia i wspólnej części zbiorów; badanie równoliczności różnych zbiorów.

Kończąc tę z konieczności pobieżną analizę tego autorskiego programu, stwierdzam, że tylko we fragmentach nawiązuje do idei *nowej matematyki*.

Po opublikowaniu pierwszej *Podstawy programowej* – zapewne na zapotrzebowanie społeczne – ówczesny monopolista na rynku wydawnictw edukacyjnych WSiP rozpoczął publikowanie autorskich programów. Przedstawię niektóre z nich, aby pokazać złożoność procesu wycofywania się z treści kształcenia obowiązujących w czasach modernizacji początkowego nauczania matematyki. Skupię się na treściach w bloku *Zbiory i ich elementy*, zakresu kształcenia propagowanego w tamtych czasach.

W roku 1999 zatwierdzono do użytku szkolnego autorski program E. Gruszczyk-Kolczyńskiej i E. Zielińskiej *Dziecięca matematyka. Program dla przedszkoli, klas zerowych i placówek integracyjnych*⁵³. Zakres kształcenia dopasowano do możliwości umysłowych starszych i młodszych przedszkolaków, z uwzględnieniem specyfiki uczenia się dzieci. Treści dobrano tak, aby objąć nimi wszystkie ważniejsze obszary edukacji matematycznej⁵⁴. W każdym wyodrębniono te, które są na miarę możli-

⁵³Gruszczyk-Kolczyńska E., Zielińska E., *Dziecięca matematyka. Program dla przedszkoli, klas zerowych i placówek integracyjnych*, WSiP, Warszawa 1999, numer dopuszczenia do użytku szkolnego DKW-4013-5/01.

⁵⁴Są to: a) orientacja przestrzenna, b) rytmy i rytmiczna organizacja czasu, c) przyczyna i skutek, d) kształtowanie umiejętności liczenia obiektów, e) dodawanie i odejmowanie, f) rozdawanie i rozdzielanie po kilka, g) klasyfikacja, h) pomaganie dzieciom w uświadomieniu stałej liczby elementów w zbiorze, chociaż obserwują zmiany sugerujące, że przedmiotów jest więcej lub mniej, równoliczność i przybliżanie dzieciom aspektu kardynalnego liczby, i) ustawianie po kolei, numerowanie, przybliżanie aspektu porządkowego liczby, j) pomaganie dzieciom w uświadomianiu sobie stałości długości i kształtowanie umiejętności mierzenia, k) kształtowanie intuicji geometrycznych, l) kształtowanie odporności emocjonalnej dzieci i zdolności do wysiłku intelektualnego, ł) pomaganie dzieciom w uświadomianiu sobie stałej ilości

wości umysłowych trzy-, cztero-, pięcio- i sześciolatków. Uzupełniono je komentarzami metodycznymi, które pomagają nauczycielom właściwie je odczytać. To, co wyróżnia ten program, to respektowanie idei łączenia edukacji matematycznej dzieci z intensywnym wspomaganie ich rozwoju umysłowego, zwłaszcza w zakresie rozumowania operacyjnego na którym bazuje szkolna edukacja matematyczna. O atrakcyjności pedagogicznej tego programu świadczy to, że wydawano go drukiem przez 12 kolejnych lat, do roku 2011.

W roku 1998 opublikowano autorski program⁵⁵ *Zintegrowana edukacja wczesnoszkolna. Klasy I–III*. W części dotyczącej edukacji matematycznej podane są treści kształcenia, które w czasach modernizacji nauczania początkowego były wymieniane w bloku *Zbiory i ich elementy*. Ujęto je w formie (s. 45) listy kształtowanych pojęć⁵⁶ oraz listy osiągnięć ucznia⁵⁷. Zakres tych treści świadczy o tym, że autorzy tego programu nie wyobrażali sobie, że można kształtować wiadomości i umiejętności matematyczne z pominięciem tych treści. Zmienili tylko formułę (niestety na mniej czytelną) przedstawienia treści kształcenia oraz zrezygnowali z podziału ich na kolejne lata nauki w szkole.

pływu, mierzenie ilości płynu, m) waga i ważenie, n) układanie i rozwiązywanie zadań z treścią.

⁵⁵*Zintegrowana edukacja wczesnoszkolna. Klasy I–III*. Opracowany przez J. Haniś w Zespole Programowym, którym kierował R. Więckowski. Program opublikował WSiP, został zatwierdzony do użytku szkolnego decyzją DOK-4014-14/96/97.

⁵⁶Wymienia się tu (cytuję): warunek zbioru, element zbioru, liczebność zbioru (zbiór pusty, jednoelementowy, wieloelementowy, równoliczny i nierównoliczny), zbiory rozłączne i nierozłączne, część wspólna zbiorów, złączenie zbiorów, różnica zbiorów.

⁵⁷Po stwierdzeniu... *Posługując się konkretnymi, uczeń umie...* wymienia się (cytuje): a) klasyfikować przedmioty według ich cech, b) utworzyć zbiór według podanego warunku, c) określić warunki, jakie spełniają elementy danego zbioru, d) sprecyzować warunek wyznaczenia zbioru, e) przeliczyć ilość elementów w danym zbiorze, określić liczebność zbioru (w przypadkach gdy w zbiorze nie ma zbyt dużo elementów), f) dostrzegać liczbę jako wspólną cechę zbiorów równolicznych, g) porównać liczebność zbioru, np. przez łączenie w pary, h) wyznaczyć wspólną część zbiorów, i) wskazać elementy złączenia zbiorów, j) wskazać elementy różnicy dwóch zbiorów, k) zastosować znajomość zbiorów do rozwiązywania prostych zadań wynikających z naturalnych sytuacji życiowych.

W tym samym roku (1998) ukazał się następny program autorski⁵⁸ *Edukacja wczesnoszkolna, klasy 1–3*. Treści kształcenia z bloku *Zbiory i ich elementy* dobrano w nim w następujący sposób:

- klasa I (cytuje): a) wyodrębnianie i klasyfikacja przedmiotów według cech jakościowych (np. przeznaczenia, koloru, kształtu, wielkości, grubości), b) układanie przedmiotów spełniających dany warunek i formułowanie warunków, który spełniają elementy danego zbioru, c) klasyfikacja przedmiotów według dwóch cech, wyodrębnianie podzbiorów, szukanie części wspólnej zbiorów i złączenia zbiorów, d) porównywanie liczebności zbiorów bez przeliczania i z przeliczaniem elementów, określanie tyle samo, mniej, więcej, e) porównywanie liczebności dwóch zbiorów przez zestawianie ich z trzecim zbiorem (przechodniość), f) porządkowanie danego układu zbiorów według ich liczebności;
- klasa II (cytuje): a) praktyczne poszukiwanie części wspólnej i złączenia zbiorów, b) wyróżnianie i ustalenie podzbiorów w zbiorach, c) przykłady zbiorów pustych, d) ćwiczenia w rozkładaniu zbiorów na podzbiory rozłączne.

Po przeczytaniu komentarzy metodycznych do tych treści nasuwa się kilka uwag. Autorzy tego programu nieco zredukowali treści z bloku *Zbiory i ich elementy* w stosunku do programów obowiązujących w czasach modernizacji początkowej edukacji matematycznej. Zignorowali prawidłowości rozwojowe kształtowania się klasyfikacji w umysłach dzieci. Z zalecanych treści kształcenia wynika bowiem, że to, co mają opanować dzieci młodsze w zakresie klasyfikacji, jest o wiele trudniejsze od tego, czego uczą się dzieci starsze (!). Tendencja do takiego rażącego ignorowania prawidłowości w rozwoju intelektualnym dzieci wystąpiła wcześniej w autorskich programach H. Moroza opracowanych według idei *nowej matematyki* dla przedszkoli i dla klasy I szkoły podstawowej.

W 2000 roku opublikowano⁵⁹ *Przyjazny program zintegrowany. I etap*

⁵⁸ *Edukacja wczesnoszkolna. Klasy 1–3*, WSiP, Warszawa 1998. Zatwierdzony do użytku szkolnego przez MEN decyzją nr DKO-4014-15/96-97. Autorami są: H. Dobrowolska, M. Lelonek, S. Łukasik, E. Marek, M. Mendel, I. Micińska-Łyżwiak, E. Stucki, R. Więckowski.

⁵⁹ *Przyjazny program zintegrowany. I etap edukacyjny. Klasy 1–3*. Praca zbiorowa, WSiP, Warszawa 2000. Numer dopuszczenia DKW-4014-53/00. Program opracował zespół pedagogów po kierunkiem Z. Semadeniego.

edukacyjny. Klasy 1–3. Mimo respektowania idei zintegrowanego kształcenia wydzielono w nim zakres matematycznego kształcenia dla klasy I, II i III, zgrabnie zatytułowany *Dziecko uczy się początków matematyki*. Treści z bloku *Zbiory i ich elementy*⁶⁰ są tam przewidziane tylko dla uczniów klasy I, z zastrzeżeniem, że mają być realizowane w sytuacjach zadaniowych typu manipulacyjnego, a więc czynnościowo.

Z przytoczonych analiz programów edukacyjnych wynika, że mimo formalnego kresu wdrażania modernizacji nauczania matematyki, idee *nowej matematyki* były jeszcze kilka lat realizowane w edukacji szkolnej. Musiało minąć następnych parę lat, aby treści z bloku *Zbiory i ich elementy* przestały zajmować uprzywilejowane miejsce w programach edukacyjnych.

5. O skazaniu na zapomnienie dorobku dydaktyków i metodyków matematycznego kształcenia z czasów poprzedzających modernizację nauczania początkowego matematyki

Druga wojna światowa zniszczyła oświatę w Polsce: wymordowano wielu nauczycieli, zniszczono budynki szkolne, spalono podręczniki dla dzieci i nauczycieli. W pierwszych latach powojennych – mimo powszechnej biedy – z zapałem przystąpiono do zmniejszania zatrwających wymiarów analfabetyzmu. Odkurzono tabliczki i rysiki, aby dzieci i dorośli mogli pisać, wszak o papier i ołówki było wówczas bardzo trudno. Cieszyło się tym, że z każdym rokiem więcej dzieci obejmowano obowiązkiem szkolnym.

Przystąpiono też do kształcenia przyszłych nauczycieli. Zaczęto od organizowania krótkich kursów dla osób, które chciały być nauczycielami. Jednocześnie otwierano uczelnie, aby zapewnić pełne wykształcenie nauczycielom. W trosce o edukację matematyczną zaczęto wydawać drukiem publikacje polskich dydaktyków i metodyków matematyki dzia-

⁶⁰Są to (cytuje): a) klasyfikacja przedmiotów według wybranej cechy (np. koloru, kształtu, przeznaczenia) przez grupowanie, odgradzanie rozsuwanie itd., b) wyodrębnianie zbiorów przedmiotów mających wyróżnioną cechę, c) uwzględnienie dwóch danych cech, ćwiczenia polegające na czynnościowym wyodrębnianiu podzbiorów i części wspólnej zbiorów konkretnych obiektów. Podkreślono, że treści te mają być realizowane poprzez organizowanie dzieciom sytuacji zadaniowych typu manipulacyjnego, a więc czynnościowo.

łających przed drugą wojną światową oraz w pierwszych latach powojennych. Oto ważniejsze z tych publikacji:

- *Metodyka arytmetyki i geometrii w pierwszych latach nauczania szkolnego*, autorstwa L. Jeleńskiej – znakomitego metodyka, publikacja wznowiona już w 1945 roku.
- *Metodyka arytmetyki i geometrii w pierwszych latach nauczania szkolnego*, napisana przez L. Jeleńską przy pomocy M.A. Rusieckiego wydana w 1949 roku.
- *Algebra dla 2 klasy gimnazjalnej* (dawniej 3-ciej) autorstwa sławnego S. Banacha wydana już w roku 1948, a potem w roku 1949.
- *Algebra dla 3 klasy gimnazjalnej* także autorstwa S. Banacha, publikacja także wydana w roku 1948 i 1949.
- *Nauczanie geometrii w klasach I–IV*, publikacja J. Hawlickiego wydana w 1959 roku.
- *Nauczanie geometrii w klasach VI i VII*, publikacja S. Kulczyckiego wydana w 1954 roku.
- *O przyswajaniu sobie pojęć geometrycznych*, rozprawa D. Gierulanki opublikowana w roku 1958.

Z mojego rozeznania wynika, że w czasach gdy – dosłownie – zachłyśnięto się ideami *nowej matematyki* i zaczęto je wdrażać w edukacji początkowej matematyki, nie ukazała się drukiem żadna publikacja zwarta (podręcznik dla nauczycieli, rozprawa z dydaktyki i metodyki matematyki) zawierająca koncepcje edukacyjne polskich dydaktyków i metodyków matematyki niezwiązanych z ideami *nowej matematyki*.

Ponieważ wdrażanie idei *nowej matematyki* w ramach modernizacji trwało ćwierć wieku, skazano – dosłownie – na zapomnienie dorobek polskich dydaktyków z czasów międzywojennych i działających tuż po drugiej wojnie światowej. Skutkiem tego zostało zerwane to, co nazywamy dziedziczeniem pedagogicznym koncepcji matematycznego kształcenia. Zablokowano też późniejsze, nowe odczytanie wcześniejszych koncepcji prowadzenia edukacji matematycznej dzieci. Zaprzepaszczenie takiej szansy jest konsekwencją przedstawionej historii wdrażania modernizacji początkowego nauczania matematyki w Polsce.

Na koniec jeszcze jedna smutna refleksja – z ustaleń przedstawionych w tym artykule wynika, że już nic gorszego nie może nas spotkać od wdrażania idei *nowej matematyki* do edukacji dzieci. Tymczasem w połowie lat dziewięćdziesiątych – wraz z *Ustawą o systemie oświaty* z roku 1996 – wprowadzono do nauczania początkowego koncepcję zintegrowanego kształcenia. Skutkiem tego, każdego roku – do chwili obecnej – mniej dba się o poprawność merytoryczną matematycznego kształcenia i specyfikę nabywania pojęć i umiejętności matematycznych przez dzieci. Integruje się bowiem wszystko ze wszystkim, a edukacją matematyczną rządzią pory roku i wydarzenia społeczne. To zaś sprawia, że efekty edukacji matematycznej są coraz bardziej niepokojące.⁶¹

Literatura

D i e n e s Z. P., Golding E.W.: 1966, *Loarning Logic, Logical Games*, E S A in association with University of London, Press LTD.

F i e d l e r M.: 1977, *Matematyka już w przedszkolu*, WSiP, Warszawa.

G r u s z c z y k – K o l c z y ń s k a E.: 1985, *Niepowodzenia w uczeniu się matematyki u dzieci z klas początkowych. Diagnoza i terapia*, Prace Naukowe Uniwersytetu Śląskiego nr 553, Katowice.

G r u s z c z y k – K o l c z y ń s k a E.: 1986, *Dojrzałość operacyjnego rozumowania na poziomie konkretnym jako warunek efektywnego uczenia się matematyki przez dzieci klas początkowych*, „Psychologia Wychowawcza” nr 2.

G r u s z c z y k – K o l c z y ń s k a E.: 1987, *Kompetencje intelektualne sześciolatków w zakresie pojmowania podstawowych pojęć i umiejętności matematycznych*, „Kwartalnik Pedagogiczny” nr 1.

G r u s z c z y k – K o l c z y ń s k a E.: 1987, *Przyczyny niepowodzeń w uczeniu się matematyki*, „Psychologia Wychowawcza” nr 2.

G r u s z c z y k – K o l c z y ń s k a E.: 1992, *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki. Przyczyny, diagnoza, zajęcia korekcyjno-wyrównawcze*, WSiP, Warszawa.

⁶¹Uzasadniałam to szerzej w artykule *O kryzysie edukacji matematycznej dzieci. Rozpaczliwe wołanie o działania naprawcze* opublikowanym w 1 numerze czasopisma „Matematyczna edukacja dzieci”.

Gruszczyk – Kolczyńska E. (red.): 2012, *O dzieciach matematycznie uzdolnionych. Książka dla rodziców i nauczycieli*, Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa.

Gruszczyk – Kolczyńska E., Zielińska E.: 1997, *Dziecięca matematyka. Książka dla rodziców i nauczycieli*, WSiP, Warszawa.

Gruszczyk – Kolczyńska E., Zielińska E.: 2014, *Klasyfikacja w edukacji matematycznej dzieci*, w: *Edukacja matematyczna w klasie I. Książka dla nauczycieli i rodziców. Cele i treści kształcenia, podstawy psychologiczne i pedagogiczne oraz opisy zajęć z dziećmi*, Wydawnictwo CEBP, Kraków.

Gruszczyk – Kolczyńska E., Zielińska E.: 2015, *Dziecięca matematyka – dwadzieścia lat później*, Wydawnictwo CEBP, Kraków.

Gruszczyk – Kolczyńska E., Zambrowska M., *Klocki Dienesy. Jak wspomagać rozwój logicznego myślenia?* Przewodnik metodyczny, w druku po recenzjach.

Inhelder B., Piaget J.: 1970, *Od logiki dziecka do logiki młodzieży*, PWN, Warszawa.

Jurowski A.: 1975, *Ontogeneza mowy i myślenia*, WSiP, Warszawa.

Konopnicki J.: 1961, *Problem opóźnienia w nauce szkolnej*, Prace Komisji Nauk Pedagogicznych PAN, nr 7, Wydawnictwo Ossolineum, Wrocław – Kraków.

Krygowska Z.: 1968, *Krakowski eksperyment programowy w zakresie nauczania początkowego*, „Życie Szkoły” nr 6.

Krygowska Z.: 1973, *Nowoczesne środki pogładowe w nauczaniu matematyki w klasach początkowych*, „Nowa Szkoła” nr 7.

Krygowska Z.: 1981, *Koncepcja powszechnego matematycznego kształcenia w reformach programów szkolnych z lat 1960–1980*, Wydawnictwo Naukowe WSP Kraków.

Moroz H.: 1967, *Elementy nauki o zbiorach w nauczaniu początkowym matematyki*, „Życie Szkoły” nr 1.

- M o r o z H.: 1968, *Materiał logiczny i jego zastosowanie w procesie nauczania matematyki*, „Życie Szkoły” nr 6.
- M o r o z H.: 1972, *Problemy modernizacji początkowego nauczania matematyki*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Jagiellońskiego CCXCVIII, Prace Psychologiczno-Pedagogiczne, zeszyt 18. Kraków.
- M o r o z H.: 1978, *Z doświadczeń nad modernizacją nauczania początkowego matematyki*, WSiP, Warszawa.
- P u c h a l s k a E., S e m a d e n i Z.: 1981, *Przegląd pomocy naukowych*, w: *Nauczanie początkowe matematyki. Podręcznik dla nauczyciela*, red. Z. Semadeni, tom 1. WSiP, Warszawa.
- P u c h a l s k a E., S e m a d e n i Z.: 1981, *Założenia reformy*, w: *Nauczanie początkowe matematyki. Podręcznik dla nauczyciela*, red. Z. Semadeni, tom 1. WSiP, Warszawa.
- P u c h a l s k a E., S e m a d e n i Z.: 1981, *Nauczanie początkowe matematyki w świetle ogólnych zasad nauczania*, w: *Nauczanie początkowe matematyki. Podręcznik dla nauczyciela*, red. Z. Semadeni, tom 1. WSiP, Warszawa.
- S e m a d e n i Z.: 1971–1975, *O nauczaniu początkowym matematyki*, seria 16 artykułów, „Życie Szkoły” 1971 nr 5 oraz 1972 nr 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7–8, 9, 12 a także 1973 nr 1, 4, 10, 11, 12.
- S e m a d e n i Z.: 1981, *Przedmowa*, w: *Nauczanie początkowe matematyki. Podręcznik dla nauczyciela*, red. Z. Semadeni, tom 1. WSiP, Warszawa.
- S e m a d e n i Z.(red.): 1981, *Nauczanie początkowe matematyki. Podręcznik dla nauczyciela*, tom 1. WSiP, Warszawa (wydanie 2. w roku 1991).
- S e m a d e n i Z.(red.): 1982, *Nauczanie początkowe matematyki. Podręcznik dla nauczyciela*, tom 2. WSiP, Warszawa (wydanie 2. w roku 1992).
- S e m a d e n i Z.(red.): 1983, *Nauczanie początkowe matematyki. Podręcznik dla nauczyciela*, tom 3. WSiP, Warszawa (wydanie 2. w roku 1993).

S e m a d e n i Z.(red.): 1984, *Nauczanie początkowe matematyki. Podręcznik dla nauczyciela*, tom 4. WSiP, Warszawa (wydanie 2. w roku 1994).

S k o r e k K.: 2015, *Losy matematycznie uzdolnionych dzieci warszawskich szkół na początku nauki szkolnej*, niepublikowana rozprawa doktorska napisana pod kierunkiem E. Gruszczyk-Kolczyńskiej, Akademia Pedagogiki Specjalnej, Warszawa.

S z e d n y F., W i e r z b i c k i W.: 1969, *Matematyka w klasie IV. Matematyka w klasie VII*, „Nowa szkoła” nr 5.

S z e m i ń s k a A.: 1965, *Rozwój procesu klasyfikacji*, „Studia Psychologiczne”, t. 7 .

S z e m i ń s k a A.: *Rozwój procesu klasyfikacji*, w: *Nauczanie początkowe matematyki. Podręcznik dla nauczyciela*, red. Semadeni Z., t. 1, WSiP, Warszawa 1981.

S z e m i ń s k a A.: *Rozwój pojęć matematycznych u dziecka*, w: *Nauczanie początkowe matematyki. Książka dla nauczyciela*, red. Z. Semadeni, WSiP, Warszawa 1981.

T h o m R.: 1974, *Matematyka „nowoczesna”: pomyłka pedagogiczna i filozoficzna*, „Wiadomości Matematyczne”.

W y g o t s k i S. L.: 1971, *Wybrane prace psychologiczne*, PWN, Warszawa.

Programy edukacyjne

K r y g o w s k a Z., M o r o z H.: 1972, *Projekt (uproszczony) programu nauczania matematyki w klasach I–IV*, w: *Problemy modernizacji początkowego nauczania matematyki*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Jagiellońskiego CCXCVIII, Prace Psychologiczno-Pedagogiczne zeszyt 18, Kraków.

M o r o z H.: 1972, *Projekt programu nauczania matematyki w klasach I–IV*, w: *Problemy modernizacji początkowego nauczania matematyki*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Jagiellońskiego CCXCVIII, Prace Psychologiczno-Pedagogiczne, zeszyt 18, Kraków.

M o r o z H.: 1972, *Projekt programu kształtowania pojęć matematycznych w przedszkolu*, w: *Problemy modernizacji początkowego nauczania matematyki*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Jagiellońskiego CCXCVIII, Prace Psychologiczno-Pedagogiczne, zeszyt 18, Kraków.

M o r o z H.: 1978, *Projekt programu nauczania matematyki w klasach I–IV*, w: *Z doświadczeń nad modernizacją nauczania początkowego matematyki*, WSiP, Warszawa.

Projekt programu nauczania matematyki w klasach I–IV: 1968, „*Życie Szkoły*” nr 6.

Program matematyki dla klas I–III szkoły podstawowej: 1975, Instytut Programów Szkolnych, WSiP, Warszawa, przedruk w „*Oświacie i Wychowaniu*”, wersja C, 1975 nr 13.

Program nauczania matematyki w klasach I–VIII szkoły podstawowej: 1995, Wydawnictwo Kleks, Bielsko-Biała.

Zintegrowana edukacja wczesnoszkolna. Klasy I–III: 1997, praca zbiorowa WSiP, Warszawa.

Edukacja wczesnoszkolna. Klasy 1–3: 1998, praca zbiorowa, WSiP, Warszawa.

Przyjazny program zintegrowany. I etap edukacyjny. Klasy 1–3: 2000, praca zbiorowa, WSiP, Warszawa.

A quarter-century modernization of mathematics instruction. Pedagogical analysis of the ways and consequences of introduction of the idea of new mathematics for mathematical education of children

Summary

In this article I present a pedagogical analysis of the history of the implementation of the idea of new mathematics as a part of the modernization of mathematics education in pre-school and school education. Readers who are interested in the arguments of mathematics educators who implement this modernization to the mathematical education system in Poland can look up the Z. Krygowska thesis: *The concept of universal mathematical education in the reform of school programs from 1960–1980*. The modernization of mathematical education was introduced in all levels of school education.

During the modernization of mathematical education most of the changes were introduced into the education of children. They changed the assumptions of the teaching process and mathematical content of children's education, teaching methods and means. To show the scale of the changes I discuss:

- reasons for starting up the modernization of teaching mathematics in early childhood, including: a) the results of the 1950s study point to a disturbingly low level of mathematical knowledge and students, b) events showing the fascination with the concept of new mathematics in Western countries;
- a turbulent history of modernization of mathematical education of children in Poland, including: a) The Cracow experiment consisting of implementing the idea of new mathematics in the education of children from 1961-1964 and extending this experiment in Polish education, b) implementation of new mathematics as part of the modernization of initial teaching: educational programs, recommended methods and teaching resources, preparation of teachers for conducting classes with children according to the new concept of mathematical education, c) more important reasons

for refraining from modernizing the teaching of initial mathematics of children, d) authorized programs developed after the formal completion of the mathematics education modernization at the level of early school education.

Based on the analysis of the content of the training in the area of *The set and their elements in educational programs for kindergartens and beginner classes* formulated in the convention of the new mathematics, I will point out serious psychological and pedagogical weaknesses. I also try to explain why the idea of a new mathematics in Poland has not been noticed for a quarter of a century, so that the content of education in the block is promoted at the time. *The sets and their elements* are limited to the mental abilities of preschoolers and pupils in the early childhood education. Finally, I signal the devastation in the Polish teaching and methodology of mathematical education of children caused by the implementation of the idea of new mathematics for a quarter of a century. These effects are still felt today, although they are partly covered by recommendations from the 1990s on the implementation of the integrated education concept.