

## Rozwijanie umiejętności matematycznych u dzieci w wieku przedszkolnym

**Katarzyna Stefańska**

Spółeczna Szkoła Podstawowa w Bielsku-Białej  
kstefanska@op.pl

### Streszczenie

Niniejszy artykuł jest opisem eksperymentalnych zajęć dodatkowych z matematyki prowadzonych przeze mnie w mieszanej grupie wiekowej 5- i 6-latków w przedszkolu. Przedstawiam krótki opis eksperymentu, trudności związane z pracą z grupą zróżnicowaną wiekowo, przykłady wybranych ćwiczeń oraz wnioski jakie wyciągnęłam z tego doświadczenia jako nauczyciel matematyki pracujący na co dzień ze starszymi dziećmi z klas 4–6.

### 1. Wstęp

Ucząc matematyki dzieci w wieku 9–12 lat, spotykam różne zespoły klasowe. Zarówno takie, w których kilkoro uczniów przejawia zdolności matematyczne, jak i takie, gdzie jest tylko jedno uzdolnione dziecko, a pozostali doświadczają niepowodzeń szkolnych w obszarze matematyki. Z badań E. Gruszczyk-Kolczyńskiej (2012: 42.) wynika, że więcej niż połowa polskich dzieci przed rozpoczęciem nauki w klasie pierwszej wykazuje się uzdolnieniami matematycznymi, a co czwarte charakteryzuje się wysokim stopniem tych uzdolnień. Zarówno pięciolatki, jak i sześciolatki reagują pozytywnie i entuzjastycznie, kiedy przedstawi im się ciekawe, dostosowane do wieku oraz ich możliwości zadania matematyczne. Przekonałam się o tym, prowadząc warsztaty matematyczne właśnie w takiej grupie wiekowej w przedszkolu. Zdecydowana większość dzieci w tym wieku wykazuje się pozytywnym stosunkiem do gier, zagadek i zadań matematycznych. Starsze dzieci boją się matematyki i często twierdzą, że *nie są dobre w matematyce, bo takie się już urodziły*. Z negatywnym stosunkiem do tego przedmiotu spotykam się już u dzieci w czwartej klasie szkoły podstawowej. Naturalnie rodzi się pytanie, dlaczego nastawienie dzieci do matematyki z czasem tak bardzo się zmienia. Przyczyny utraty radości uczenia się matematyki u dzieci opisuje E. Gruszczyk-Kolczyńska (Gruszczyk-Kolczyńska; Zielińska, 2014: 238).

Prowadzenie różnych zajęć matematycznych z dziećmi w wieku przedszkolnym jest dla mnie jako nauczyciela matematyki bardzo ciekawym doświadczeniem. Jest też wyjątkową okazją, aby przekonać się, że małe dzieci lubią matematykę, mają dużą ciekawość poznawczą i potrafią być wytrwale w trakcie działalności matematycznej. Planując zajęcia matematyczne z przedszkolakami, starałam się przede wszystkim przeprowadzać różne doświadczenia związane z manipulacją na konkrety, gdzie bardzo ważnymi elementami są dotykanie liczmanów i sam ruch dziecka. Jerome S. Bruner (1992: 526) opisuje reprezentacje enaktywne tworzące się w umyśle dziecka jako pierwsze reprezentacje związane z interioryzacją doświadczeń ruchowych i dotykowych. Kiedy dochodzą doświadczenia wzrokowe i słuchowe, dzieci tworzą reprezentacje ikoniczne. W miarę nabywania i doskonalenia umiejętności posługiwania się językiem tworzą reprezentacje symboliczne, opisując swoje doświadczenia ruchowe i wzrokowe. W trakcie zajęć z przedszkolakami stwarzam takie sytuacje matematyczne, kiedy w sposób naturalny i niewymuszony dzieci korzystają przemiennie z posiadanych reprezentacji.

## 2. Opis eksperymentu

W ramach *Klubu Miłośników Matematyki* działającego przy Fundacji „Matematyka dla wszystkich” przez 8 miesięcy prowadziłam w przedszkolu zajęcia matematyczne dla dzieci w wieku 5 i 6 lat. Zajęcia odbywały się w dwunastoosobowych grupach. Organizowałam je tak, aby dzieci w ich trakcie manipulowały klockami, liczmanami i przedmiotami użytku codziennego. Moim głównym celem było umożliwienie dzieciom gromadzenia doświadczeń ruchowych i dotykowych na różnym materiale. Stwarzałam również sytuacje wymagające ćwiczenia sprawności rachunkowej. Bardzo szybko zorientowałam się, że grupa jest mocno zróżnicowana pod względem umiejętności matematycznych. Kilkoro dzieci każdorazowo przeliczało klocki, palce, liczmany, nie zawsze dobrze rozpoznawało zapisane liczby jednocyfrowe. Niektóre myliły szóstkę z dziewiątką. Inne potrafiły, patrząc już tylko na zbiór elementów, wskazać kartonik z odpowiednią liczbą opisującą liczbę elementów. Te dzieci nie odczuwały potrzeby dotykania elementów i trafnie oceniały liczebność zbiorów. Były przedszkolaki sprawnie dodające i odejmujące liczby w zakresie 20 z przekroczeniem progu dziesiętkowego. Ze strony właśnie tych

dzieci nieustannie padało pytanie: *Kiedy będziemy liczyć do tysiąca?*

Jako nauczyciel matematyki pracujący głównie z dziećmi z klas 4–6, często na poziomie klasy czwartej, zauważam ogromne zróżnicowanie w rozumieniu języka matematycznego u dzieci, umiejętnościach rachunkowych oraz przyswajaniu nowych pojęć. Zdałam sobie sprawę, że to zróżnicowanie występuje dużo wcześniej i nauczyciele nauczania początkowego stoją przed niezwykle trudnym zdaniem organizowania pracy na tak różnych poziomach w jednym zespole klasowym.

Obserwacja dzieci już podczas pierwszych zajęć uświadomiła mi, że niemożliwe jest, żeby wszystkie przedszkolaki robiły to samo w takim samym tempie i na takim samym poziomie. Każdorazowo miałam więc przygotowaną większą liczbę zadań, z założeniem, że nie wszystkie dzieci potrafią je rozwiązać. Pozwalałam im zająć się dłużej rozwiązywaniem zadania, nie wywierając na nikim presji, że muszą rozwiązać dane zadanie szybko. Zdarzało się, że niektóre dzieci świadomie dłużej pracowały nad problemem, ponieważ chciały się z nim uporać w swoim tempie.

Bardzo często kończyłam zajęcia układaniem puzzli piankowych *Happy Cube*. Dzieci, które rozwiązały wyznaczone zadanie, przechodziły do drugiego końca sali, gdzie czekały rozłożone układanki, i same wybierały odpowiedni dla siebie stopień trudności puzzli. Układanie puzzli piankowych bądź innych układanek na zakończenie zajęć stanowiło rodzaj nagrody za wykonanie zadania.

Widoczne było duże zróżnicowanie w umiejętnościach grafomotorycznych dzieci, tempie wycinania, kolorowania czy samego układania elementów. Przygotowując zajęcia, starałam się organizować dwa stanowiska pracy dzieci. To główne przeznaczone dla wszystkich i drugie dedykowane tym uczestnikom zajęć, którzy szybciej rozwiążą zadania. Taka organizacja zajęć początkowo powodowała małe zamieszanie, jednak z czasem dzieci wdrożyły się i płynnie przechodziły z jednej części sali do drugiej.

Mała liczebność przedszkolaków w grupie umożliwiała pracę na różnych poziomach i sprzyjała motywowaniu do wysiłku związanego z rozwiązywanym problemem. Przedkładałam satysfakcję dziecka z całościowego wykonania jednego zadania nad realizację wszystkich zaplanowanych działań. Wydaje się to szczególnie uzasadnione w przypadku przedszkolaków nieśmiałych i niepewnych, dla których ukończenie z powo-

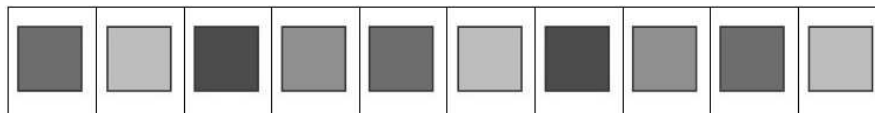
dzeniem zadania i usłyszenie pochwały jest silnym bodźcem do dalszego działania. Zauważyłam, że w tej grupie wyjątkowo niepewne swoich kompetencji były dziewczynki. Chłopcy byli o wiele bardziej wewnętrznie zmotywowani do pokonywania trudności, rozwiązywania problemów, zadawania pytań. W oczach dziewczynek widać było większy niepokój i niepewność nawet przy takich czynnościach, jak obracanie klockami czy ich przekładanie. Trzeba było czasu, żeby je zachęcić i przekonać, że nieudane próby są elementem naszej zabawy. Zaspokojenie potrzeby bezpieczeństwa i swobody działania przyniosło efekty. Z czasem dziewczynki nabrały większej śmiałości, co skutkowało sukcesami i motywacją do dalszego działania oraz większą liczbą zadawanych pytań. Ponieważ zajęcia prowadzone były o godzinie 15.00, skutecznym sposobem na zainteresowanie i zmotywowanie dzieci okazało się rozpoczęcie spotkania od pokazania rekwizytu np. metra krawieckiego, klocka, papierowej wycinanki (K. Mitros: 2010). W wieku przedszkolnym dzieci pozytywnie reagują na bodźce wzrokowe. Przyniesiony przedmiot wzbudzał zainteresowanie, pobudzał kreatywność, był bodźcem do rozpoczęcia pracy i generował wiele ciekawych pytań zadawanych przez dzieci.

### 3. Przykłady ćwiczeń

W trakcie zajęć wykorzystywałam różne klocki, układanki, plastikowe *pentomino*, tangramy oraz pionki i kostki z gier planszowych (E. Krejčová: 2016). Duże znaczenie w pracy z dziećmi przedszkolnymi miał element atrakcyjności i nowości. W ćwiczeniach związanych z liczbami wykorzystywałam zarówno papierowe kartoniki z zapisanymi liczbami, jak i plastikowe kostki z gry Rummikub. Unikałam samego zapisywania liczb. Skupiałam się na dobieraniu kartonika z odpowiednią liczbą i odczytywaniu już zapisanych liczb.

#### 3.1. Odtwarzanie wzoru i przekładanie go z jednej reprezentacji na inną

Dzieci otrzymały papierowy pasek z 10 okienkami, w które wklejały kolorowe kwadraciki według samodzielnie zaplanowanego wzoru. Ponieważ kartoniki były w 4 kolorach, przedszkolaki musiały powtarzać kolory. Niektóre dzieci po ułożeniu pierwszych czterech różnokolorowych kartoników powtarzały ten układ (rysunek obok).



Rys.1. Przykładowy wzór (źródło własne)

Inne tworzyły pasek, używając naprzemiennie tylko dwóch kolorów. Jeszcze inne naklejały zupełnie przypadkowe kolory, nie otrzymując żadnej regularności.

Następnie swój stworzony wzór odtwarzały na koralikach, które nawlekały na sznurówkę. Koraliki były w takich samych kolorach co papierowe kartoniki.



Fot. 1. Odtworzony wzór z koralików (źródło własne)

Dużą trudnością okazało się nawleczenie w odpowiednim kolorze pierwszego koralika. Celowo nie podałam instrukcji nawlekania, tak by dzieci samodzielnie mogły eksperymentować i wyciągać wnioski na podstawie własnych prób. W grupie były przedszkolaki, które rozpoczęły nawlekanie od lewej części sznurówki i trudno było im dostrzec, że w tym przypadku należy rozpocząć od żółtego koralika, tak by po przesunięciu go na sznurówce był takiego samego koloru co ostatni kartonik po prawej stronie na pasku. Metodą prób i błędów dzieci wybrały właściwy koralik. Były przedszkolaki, które nawlekały koraliki w takiej sekwencji jak na papierowym pasku i następnie odwracały sznurówkę, żeby pierwszy koralik z lewej strony pokrywał się z lewym kartonikiem na pasku. Stanowiło to jedno z możliwych rozwiązań powstałej sytuacji problemowej. Zadanie należało do bardzo pouczających.

Następnie umówiłam się z dziećmi, że każdy kolor na papierowym pasku będzie oznaczał jakieś fizyczne ćwiczenie: żółty to przysiad, czerwony podskok, niebieski klaśnięcie w dłonie, a zielony obrót. Wybierałam utworzone wzory, a dzieci odtwarzały je, wykonując odpowiednie

ruchy. Przez cały czas trwania zajęć dzieci wykazywały się dużym zainteresowaniem i aktywnością. Największe emocje wzbudzało odtwarzanie wzorów poprzez ruch.

### 3.2. Dostrzeganie regularności dziesiętkowego układu liczenia

Zajęcia rozpoczęłam od rozsypanki kartoników z liczbami od 0 do 10. Przedszkolaki po wylosowaniu odpowiedniego kartonika podchodziły do drugiego stolika i dopasowywały odpowiedni klocek Numicon, na którym liczba otworów była taka sama jak liczba zapisana na kartoniku (zdjęcie poniżej).



Fot. 2. Klocek Numicon (źródło własne)

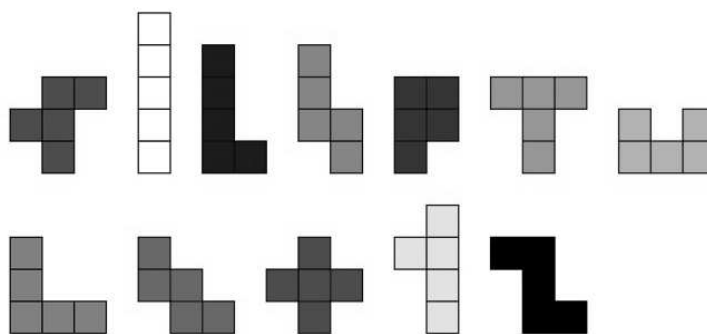
Następnie do klocka odpowiadającego dziesiątce wspólnie na dywaniku przykładaliśmy dowolny drugi klocek, otrzymując w ten sposób liczby od 11 do 20. Na kartce papieru zapisywałam powstałe liczby i wspólnie odczytywaliśmy daną liczbę. Zabawa naturalnie przekształcała się w układanie liczb dwucyfrowych powyżej 20. Widoczne było u dzieci zaangażowanie i chęć pokazania mi, że znają również większe liczby i potrafią dobrać odpowiednią liczbę klocków „dziesiątek” i „jedności” oraz nazwać liczbę.

Ostatnim ćwiczeniem było wylosowanie trzech liczb dwucyfrowych i zaznaczenie ich na metrze krawieckim za pomocą klamerki. Wybrałam liczby do 100. Ponieważ nie były to pierwsze zajęcia z wykorzystaniem metra krawieckiego, większość dzieci odnalazła liczby i poprawnie je zaznaczyła. Tylko pojedyncze osoby miały trudności i zaznaczyły liczby o przestawionych cyfrach, np. zamiast 32, dziecko zaznaczyło 23. W takiej sytuacji prosiłam, by przedszkolak wskazał palcem i odczytał pierwszą cyfrę w swojej liczbie na kartoniku i poszukał na metrze liczby, która ma na początku tę samą cyfrę.

Trójka dzieci, która bardzo szybko wykonała zadanie, otrzymała dodatkowy problem do rozwiązania. Przedszkolaki miały odszukać na metrze krawieckim wszystkie liczby utworzone z dwóch jednakowych cyfr. Wykonanie tego zadania zajęło trochę więcej czasu, ale dzieci odnalazły i zaznaczyły na metrze wszystkie takie liczby. Sześciolatek wysunął wniosek, że takich liczb będzie 9, *bo więcej nie da się zbudować z naszych cyfr*.

### 3.3. Rozwijanie intuicji geometrycznych: figury geometryczne i organizowanie płaszczyzny

Dzieci otrzymały kartkę A4 w kratkę, bok kwadratu wynosił 2 cm. Na ławeczkach były przygotowane rozsypane elementy *pentomino* w różnych kolorach (rys. 2).



Rys. 2. Elementy *pentomino*. Opracowanie własne na podstawie: [www.coolmagnetman.com/images/p111.gif](http://www.coolmagnetman.com/images/p111.gif)

Zadanie polegało na zaprojektowaniu własnego „stwora” składającego się z dowolnej liczby elementów. Następnie dzieci przyklejały elementy *pentomino* na kartce A4. Kwadraty w elementach *pentomino* były tej samej wielkości co kwadraty na kartce. Praca wymagała dużej precyzji, cierpliwości i pomysłowości. Początkowo dzieci nieśmiało układały elementy, szukając tak naprawdę pomysłu na „stwora”. Bardzo szybko spontanicznie przeszły do innej aktywności, przykładając elementy do siebie tak, by zakrywały całą kartkę. Odniosłam wrażenie, że miały silną potrzebę sprawdzenia, czy da się zakryć całą kartkę elementami *pentomino*. Po nieudanych próbach wróciły do budowania swoich „stworów”. Zajęcia zakończyliśmy wystawą postaci i zabawą w ich nazywanie.

### 3.4. Rozumowanie przyczynowo-skutkowe i przewidywanie, co może się zdarzyć

Zajęcia rozpoczęłam od rozsypania klocków z gry *Rummikub* na dywan. Gra zawiera cztery komplety klocków (każdy komplet w innym kolorze) ponumerowanych od 1 do 13. Zadaniem dzieci było wspólne ułożenie klocków każdego kompletu oddzielnie w kolejności rosnącej. Umówiłam się z dziećmi, że każdy ułożony komplet będzie łańcuszkiem liczbowym, gdzie liczby ustawiamy w jednym kolorze i pilnujemy kolejności. Poniżej przykładowy łańcuszek liczbowy.



Fot. 3. Przykładowy łańcuszek liczbowy (źródło własne)

Kolejne zadanie rozpoczęło się od losowania przez dzieci klocków z woreczka. Każdy losował z woreczka pięć klocków, pozostałe dwa klocki miałam do dyspozycji jako prowadząca. Usiedliśmy w kręgu i ustaliliśmy zasady, kiedy gracz może wykonać ruch, a kiedy traci kolejkę. Dziecko może wykonać ruch, jeśli ma klocek z liczbą 1, co umożliwia rozpoczęcie łańcuszka bądź może dołożyć klocek w odpowiednim kolorze z kolejną liczbą do już ułożonego wcześniej fragmentu łańcuszka liczbowego. Celem jest ułożenie czterech łańcuszków z liczbami od 1 do 13 (w kolorze czerwonym, czarnym, pomarańczowym i niebieskim). Jeśli gracz nie ma odpowiedniego klocka, traci kolejkę. Wygrywa osoba, która najszybciej pozbędzie się klocków. Jako prowadząca mogłam dołożyć mój klocek, ale nie brałam udziału w rywalizacji. Dzieci bardzo szybko odkryły, że nie wystarczy mieć klocki z numerem 1, żeby wygrać, bo mając wyższe liczby i tak trzeba czekać na dołożenie ich do łańcuszka. W czasie gry zauważyłam, że jedna dziewczynka mająca kilka kolejnych klocków w tym samym kolorze układała właśnie ten łańcuszek, blokując ruch innym zawodnikom (miała też niskie liczby w innych kolorach). Widać było, że dziewczynka chce wygrać i wie, jak to osiągnąć. Po zakończonej rozgrywce dzieci chciały grać dalej i już po wylosowaniu liczb niektóre z nich oceniały swoje szanse wygrania. Zajęcia zakończyłam dyskusją na temat możliwości wygrania w zależności od posiadanych



klocków. Na pytanie, jakie klocki jest najlepiej wylosować, dzieci odpowiadały: *te z niskimi liczbami i żaden z liczbą 13*.

#### 4. Podsumowanie

Prowadzenie zajęć z dziećmi przedszkolnymi uświadomiło mi potrzebę ogromnej kreatywności nauczyciela, który ciągle musi stwarzać dzieciom okazję do gromadzenia doświadczeń matematycznych. Sytuacje bliskie dziecku trzeba matematyzować, używając zrozumiałego dla niego języka. Przykładowo dzieci dopasowywały klocki *Numicon* do rozrzuconych kartoników z liczbami, a następnie odczytywały właściwe liczby. Młodsze dzieci wymagały wielokrotnego powtarzania poleceń, wypowiedzi, stałej obecności i zachęty w chwilach rozkojarzenia. Starsze przedszkolaki w przypadku zbyt łatwego zadania nudziły się, co pociągało za sobą przeszkadzanie innym.

Dużym wyzwaniem jest praca na tak wielu poziomach, bo rozpiętość umiejętności matematycznych dzieci w tym wieku jest bardzo duża. Tym bardziej widać zasadność i celowość świadomej edukacji matematycznej na niższych poziomach, tak by maksymalnie pomóc dzieciom w otwarciu się na kontekst matematyczny w sytuacjach obecnych w ich życiu. Takie działania sprzyjają rozwojowi umiejętności matematycznych dziecka. Chociażby takich jak układanie wzorów czy określanie szans wygrania gry. Dzieci mają obecnie dostęp do ciekawych układanek, łamigłówek i różnych gier, jednak sama pomoc dydaktyczna nie zachęca wszystkich do aktywnego działania. Potrzebne jest szczegółowe zaplanowanie wykorzystania atrakcyjnej układanki, uwzględnienie różnego tempa pracy dzieci oraz przygotowanie zadań o różnym stopniu trudności.

Niezwykle ważne jest posługiwanie się językiem matematycznym dostosowanym do wieku dziecka oraz umiejętność przereformowania polecenia na prostsze, kiedy zaistnieje taka potrzeba. Wtedy w przyjaznej atmosferze nawet w nieśmiałym i niepewnym dziecku można wzbudzić zaciekawienie i chęć rozwiązania problemu. Każdy rozwiązany problem matematyczny daje przedszkolakowi poczucie sprawstwa i motywuje go do dalszego działania.

### Literatura

B r u n e r J.S.: 1992, *Poza dostarczone informacje. Studia psychologii poznania*, WSiP, Warszawa.

G r u s z c z y k - K o l c z y ń s k a E. (red.): 2012, *O dzieciach matematycznie uzdolnionych, Książka dla rodziców i nauczycieli*, Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa.

G r u s z c z y k - K o l c z y ń s k a E., Z i e l i ń s k a E.: 2014, *Dziecięca matematyka – dwadzieścia lat później. Książka dla rodziców i nauczycieli starszych przedszkolaków*, Wydawnictwo CEBP, Kraków.

K r e j ń c o v á E.: 2016, *Matematyka w zabawach i grach w szkole podstawowej*, Wydawnictwo Nowik, Opole.

M i t r o s K.: 2010, *Urodzony matematyk. Zabawy rozwijające zdolności umysłowe najmłodszych*, Wydawnictwo Publicat, Poznań.

[www.coolmagnetman.com/images/p111.gif](http://www.coolmagnetman.com/images/p111.gif)

Rummikub ® TM Toys Sp. z o.o.

Numicon Moje Bambino Sp. Z O.O.

## **Developing mathematical skills of pre-schoolchildren**

### **Summary**

This article describes experimental maths classes conducted by me in the kindergarten with children aged 5 to 6 years. In the article I present a brief outline of the experiment, difficulties related to work with a mixed age group, some examples of selected exercises as well as the conclusions.

I drew from this experiment as a math teacher working on a daily basis with older children of 9 and 13 years.

